

LINEÁRNE PROGRAMOVANIE - SIMPLEX

VÝROBNÝ PLÁN

Zadanie:

V podniku vyrábajú plastové okná, hliníkové okná, plastové dvere a hliníkové dvere. Na ich výrobu sa týždenne v obmedzenom množstve spotrebujú plastové profily v množstve 3 200, hliníkové profily v množstve 1 500 a dvojsklá v množstve 1 000. Týždenne môžu pracovníci odpracovať na výrobe výrobkov maximálne 600 hodín. Zisk z predaja plastového okna je 3 500 Sk, hliníkového okna 3 000 Sk, plastových dverí 7 000 Sk a hliníkových dverí 7 500 Sk. Na výrobu plastového okna sa spotrebuje 8 plastových profilov, 2 dvojsklá a 1 pracovná hodina. Na výrobu hliníkového okna treba 4 hliníkové profily, 2 dvojsklá a 2 pracovné hodiny. S výrobou plastových dverí je spojená spotreba 10 plastových profilov, 4 dvojskiel a 3 pracovných hodín. Pri výrobe hliníkových dverí treba 6 hliníkových profilov, 4 dvojsklá a 4 pracovné hodiny. Treba určiť taký výrobný plán, pri ktorom sa dosiahne maximálny zisk.

MATEMATIZÁCIA SLOVNEJ ÚLOHY

potrebujeme zistiť počty vyrobených plastových okien, hliníkových okien a hliníkových dvier.

x_1 – počet vyrobených plastových okien

x_2 – počet vyrobených hliníkových okien

x_3 – počet plastových dvier

x_4 – počet vyrobených hliníkových dvier

Poznámka: Nedávame x_1 , x_2 , x_3 ako počty spotrebovaných materiálov lebo na tie máme obmedzenia.

Postupne „dešifrujeme vety“:

Na ich výrobu sa týždenne v obmedzenom množstve spotrebujú plastové profily v množstve 3 200, hliníkové profily v množstve 1 500 a dvojsklá v množstve 1 000. Týždenne môžu pracovníci odpracovať na výrobe výrobkov maximálne 600 hodín.

- táto veta vyjadruje obmedzujúce podmienky, v tabuľke celkom pravý stĺpec: obmedzenie na tri vstupné materiály ako aj čas

	plastové okno počet = x_1	hliníkové okná počet = x_2	plastové dvere počet = x_3	hliníkové dvere počet = x_4	obmedzenie
plastové profily					≤ 3200
hliníkové profily					≤ 1500
dvojsklá					≤ 1000
hodiny					≤ 600

2. Zisk z predaja plastového okna je 3 500 Sk, hliníkového okna 3 000 Sk, plastových dverí 7 000 Sk a hliníkových dverí 7 500 Sk.

Táto veta hovorí o zisku, teda bude tvoriť účelovú funkciu z . Zisk samozrejme maximalizujeme

	plastové okno počet = x_1	hliníkové okná počet = x_2	plastové dvere počet = x_3	hliníkové dvere počet = x_4	obmedzenie
plastové profily					≤ 3200
hliníkové profily					≤ 1500
dvojsklá					≤ 1000
hodiny					≤ 600
zisk	3500	3000	7000	7500	maximalizovať

3. Na výrobu plastového okna sa spotrebuje 8 plastových profilov, 2 dvojsklá a 1 pracovná hodina.

Postupne zapíšeme spotreby pre jednotlivé stĺpce. Ak materiál nie je spomenutý, dám 0, resp. vynechám.

	plastové okno počet = x_1	hliníkové okná počet = x_2	plastové dvere počet = x_3	hliníkové dvere počet = x_4	obmedzenie
plastové profily	8				≤ 3200
hliníkové profily					≤ 1500
dvojsklá	2				≤ 1000
hodiny	1				≤ 600
zisk	3500	3000	7000	7500	maximalizovať

4. Na výrobu hliníkového okna treba 4 hliníkové profily, 2 dvojsklá a 2 pracovné hodiny. S výrobou plastových dverí je spojená spotreba 10 plastových profilov, 4 dvojskiel a 3 pracovných hodín. Pri výrobe hliníkových dverí treba 6 hliníkových profilov, 4 dvojsklá a 4 pracovné hodiny.

Rovnakým princípom aj ďalšie tri výrobky, každý do jedného stĺpca.

	plastové okno počet = x_1	hliníkové okná počet = x_2	plastové dvere počet = x_3	hliníkové dvere počet = x_4	obmedzenie
plastové profily	8		10		≤ 3200
hliníkové profily		4		6	≤ 1500
dvojsklá	2	2	4	4	≤ 1000
hodiny	1	2	3	4	≤ 600
zisk	3500	3000	7000	7500	maximalizovať

Už len tabuľku prepísať do nerovníc: posledný riadok je účelová funkcia, po riadkoch máme 4 nerovnice. A nezabudnúť, že všetky počty musia byť nezáporné, t.j. väčšie alebo rovné ako nula. Kľudne môže vyjsť aj nula pre nejaký výrobok. Znamená to, že sa nám ho neoplatí vyrábať.

$$z = 3500 x_1 + 3000 x_2 + 7000 x_3 + 7500 x_4 \rightarrow \max$$

$$8 x_1 + 10 x_3 \leq 3200$$

$$4 x_2 + 6 x_4 \leq 1500$$

$$2 x_1 + 2 x_2 + 4 x_3 + 4 x_4 \leq 1000$$

$$x_1 + 2 x_2 + 3 x_3 + 4 x_4 \leq 600$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

KANONICKÝ TVAR

Úprava do kanonického tvaru spočíva v tom, že nerovnice zmeníme na rovnice.

V nerovniciach typu „ \leq “ ide väčšinou o nevyužité prostriedky. Túto rezervu vyjadruje prídavná premenná.

Teda namiesto nerovnice

$$8 x_1 + 10 x_3 \leq 3200$$

napíšeme:

$$8 x_1 + 10 x_3 + x_5 = 3200$$

pričom x_5 je prídavná premenná (dávame ďalší index v poradí, ktorý ešte nie je v sústave)

Počiatkové nastavenie premenných na začiatku výpočtu je:

$$x_1 = 0, x_3 = 0, x_5 = 3200$$

Teda každú nerovnicu upravíme na rovnicu rovnakým spôsobom, lebo všetky sú typu „ \leq “ (pripočítame prídavnú premennú):

$$8 x_1 + 10 x_3 \leq 3200 \rightarrow 8 x_1 + 10 x_3 + x_5 = 3200$$

Takto upraviť všetky nerovnice, v každej bude iná prídavná premenná.

Okrem toho upravíme aj účelovú funkciu. Len ekvivalentnou úpravou prehodíme pravú stranu doľava, aby napravo bola nula.

Kanonický tvar:

$$z - 3500 x_1 - 3000 x_2 - 7000 x_3 - 7500 x_4 = 0 \rightarrow \max$$

$$8 x_1 + 10 x_3 + x_5 = 3200$$

$$4 x_2 + 6 x_4 + x_6 = 1500$$

$$2 x_1 + 2 x_2 + 4 x_3 + 4 x_4 + x_7 = 1000$$

$$x_1 + 2 x_2 + 3 x_3 + 4 x_4 + x_8 = 600$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

Viac materiálov nájdete na stránke:

hodinovaucitelka.sk