

LINEÁRNE PROGRAMOVANIE - SIMPLEX

VÝROBNÝ PLÁN S POLOTOVAROM

V závode sa môžu vyrábať 3 druhy výrobkov A, B a C. Na výrobu 1 výrobku A treba okrem iného 5 súčiastok S, 1 hotový výrobok B a jeden hotový výrobok C. Na výrobu 1 výrobku B treba okrem iného 7 súčiastok S a na výrobu 1 výrobku C treba 3 súčiastky S. Súčiastok S je k dispozícii na týždeň len 20000. Z predaja 1 výrobku A plynie zisk 80,- €, výrobku B 20,- € a výrobku C 30,- €. Koľko výrobkov A, B a C treba týždenne vyrábať a koľko predávať, aby sa dosiahol maximálny zisk? Aký bude týždenný zisk? Zostavte model, vyriešte ho ručným výpočtom simplexovou metódou a odpovedzte na otázky.

MATEMATIZÁCIA SLOVNEJ ÚLOHY

Tu je zložitejšie to, že výrobok môže byť aj predaný so ziskom, aj surovinou pre ďalšiu výrobu. Preto si ho zapíšeme do tabuľky na samostatný riadok.¹

	Výrobok A	Výrobok B	Výrobok C	Obmedzenia
Surovina S				
Výrobok B ako surovina				
Výrobok C ako surovina				

Zapíšeme údaje:

	x₁	x₂	x₃	
	Výrobok A	Výrobok B	Výrobok C	Obmedzenia
Surovina S	5	7	3	$\leq 20\ 000$
Výrobok B ako surovina	1			počet B ako surovina \leq počet vyrobených B
Výrobok C ako surovina	1			počet C ako surovina \leq počet vyrobených C
Zisk	80	20	30	max

Podmienky:

$$5x_1 + 7x_2 + 3x_3 \leq 20\ 000$$

$$x_1 \leq x_2 \quad \rightarrow \quad x_2 - x_1 \geq 0 \quad ^2)$$

$$x_1 \leq x_3 \quad \rightarrow \quad x_3 - x_1 \geq 0$$

Pri rátaní zisku pozor! – predá sa menej kusov ako je vyrobených

- x_1 kusov výrobku A
- $(x_2 - x_1)$ kusov výrobku B
- $(x_3 - x_1)$ kusov výrobku C

$$\text{zisk } z = 80x_1 + 20(x_2 - x_1) + 30(x_3 - x_1) \rightarrow \max$$

$$z = 30x_1 + 20x_2 + 30x_3 \rightarrow \text{MAX}$$

¹ Existuje aj spôsob riešenie, kde sa počet výrobkov B rozdelí na dve premenné – jedna vyjadruje počet predaných B, druhá počet výrobkov, ktoré sa použijú ako surovina. Podobne pre výrobok C. Vid' ďalší príklad.

² Poznámka: x_1 kusov výrobku B sa spotrebuje ako surovina, x_2 je celkovo vyrobených kusov výrobku B. Musí teda platiť uvedených vzťah.

VÝROBNÝ PLÁN S POLOTOVAROM 2

Chemický závod vyrába 4 výrobky V1, V2, V3, a V4. Pri zostavovaní výrobného programu je pracovných hodín H 1200 hodín, a suroviny S 1400 ton. Potreba hodín je 1, 2, 1 a 3 hodiny a potreba suroviny 3t, 2t, 3t a 1t. Výrobok V1 je polotovarom pre V2 (spotreba 0,5t) a V4 (spotreba 1t), ale je aj ako konečný, jeho zisk 450 Sk. V2 – zisk 500 Sk, V3 – zisk 600 Sk, a V4 – zisk 800Sk. V3 vyrobiť max. 150t, V4 vyrobiť min. 100t. Zostaviť výrobný plán, aby bol maximálny výnos.

MATEMATIZÁCIA SLOVNEJ ÚLOHY

Prístup pri riešení je tu použitý mierne odlišný. Možno porovnať. Premenná x_1 vyjadruje počet vyrobených výrobkov V1. No je tu aj premenná x_5 , ktorá vyjadruje počet predaných výrobkov V1. Teda tých, čo sa nepoužijú ako surovina. Namiesto nerovnosti „musíme vyrobiť aspoň toľko koľko použijeme ako surovinu“ je tu rovnica „počet vyrobených = počet použitých ako surovina + počet predaných“. Oproti predchádzajúcemu prístupu máme navyše jednu premennú. Oba prístupy sú správne.

	V1	V2	V3	V4
Hodín	1	2	1	3
Surovín	3	2	3	1
Ceny	450	500	600	800

V1 je polotovar – x_1 celkové vyprodukované množstvo V1, preto $x_1 = 0,5x_2 + x_4 + x_5$ (spotreba s kladnými znamienkami a výroba so zápornými znamienkami $-x_1 + 0,5x_2 + x_4 + x_5 = 0$)

$$\begin{aligned} \max z(x) &= 500x_2 + 600x_3 + 800x_4 + 450x_5 \\ x_1 + 2x_2 + 1x_3 + 3x_4 &\leq 1200 \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 &\leq 1400 \\ -x_1 + 0,5x_2 + x_4 + x_5 &= 0 \\ x_3 &\leq 150 \\ x_4 &\geq 100 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 &\geq 0 \end{aligned}$$

DUÁLNA ÚLOHA

$$\begin{aligned} \min q(\mathbf{u}) = & 1200u_1 + 1400u_2 + 150u_4 + 100u_5 \\ & u_1 + 3u_2 - u_3 \geq 0 \\ & 2u_1 + 2u_2 + 0,5u_3 \geq 500 \\ & u_1 + 3u_2 + u_4 \geq 600 \\ & 3u_1 + u_2 + u_3 + u_5 \geq 800 \\ & u_3 \geq 450 \\ & u_1, u_2, u_4 \geq 0 \\ & u_3 \text{ - voľná} \\ & u_5 \leq 0 \end{aligned}$$

Viac materiálov nájdete na stránke:

hodinovaucitelka.sk