

LINEÁRNE PROGRAMOVANIE – JEDNOFÁZOVÝ SIMPLEX

ZADANIE

Cena hasiacej zmesi HZ1 je 50 peňažných jednotiek za jednotku objemu a hasiacej zmesi HZ2 je 80 peňažných jednotiek za jednotku objemu. V HZ1 sa nachádza 1 jednotka prísady S1, 2 jednotky prísady S2 a 1 jednotka prísady S3. V HZ2 sa nachádza 6 jednotiek prísady S1, 1 jednotka prísady S2 a 1 jednotka prísady S4. K dispozícii je 480 jednotiek prísady S1, 190 jednotiek prísady S2, 80 jednotiek prísady S3 a 80 jednotiek prísady S4. Určte plán výroby HZ1 a HZ2 aby hodnota produkcie bola maximálna.

Úlohu riešte pomocou simplexovej metódy. Odpíšte poslednú simplexovú tabuľku aj vektor výsledkov. Vysvetlite resp. interpretujte ho.

RIEŠENIE

MATEMATIZÁCIA SLOVNEJ ÚLOHY

Rozbor zadania je v grafickej úlohe.

Nerovnice prepíšem na rovnice, chýbajúci rozdiel (rezervu) nahradím prídavnou premennou (vždy inou!).

$$x_1 + 6x_2 \leq 480 \quad (1) \quad x_1 + 6x_2 + x_3 = 480$$

$$2x_1 + x_2 \leq 190 \quad (2) \quad 2x_1 + x_2 + x_4 = 190$$

$$x_1 \leq 80 \quad (3) \quad x_1 + x_5 = 80$$

$$x_2 \leq 80 \quad (4) \quad x_2 + x_6 = 80$$

$$x_1, x_2 \geq 0 \quad (5) \quad \text{podmienky nezápornosti ostávajú}$$

Účelová funkcia: $z = 50 \cdot x_1 + 80 \cdot x_2 \rightarrow \max$ na kanonický tvar: $z - 50 \cdot x_1 - 80 \cdot x_2 = 0$

Zapíšem rovnice do tabuľky, posledný riadok je z účelovej funkcie

	pravá strana	x1	x2	x3	x4	x5	x6	
	480	1	6	1	0	0	0	
	190	2	1	0	1	0	0	
	80	1	0	0	0	1	0	
	80	0	1	0	0	0	1	
zi	0	-50	-80	0	0	0	0	

Čiže počiatočné riešenie sústavy je:

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = 0$$

$$x_3 = 480$$

$$x_4 = 190$$

$$x_5 = 80$$

$$x_6 = 80$$

Možno ľahko overiť, že vyhovuje tejto sústave:

$$x_1 + 6x_2 + x_3 = 480$$

$$2x_1 + x_2 + x_4 = 190$$

$$x_1 + x_5 = 80$$

$$x_2 + x_6 = 80$$

čiže máme prípustné riešenie, avšak jeho účelová funkcia $z = 0$, teda zjavne nie je optimálna.

ZÁPIS TABUĽKY

Celkom vľavo napíšem tzv. vstupujúce premenné, to sú tie, ktoré sú na začiatku nastavené na nenulovú hodnotu. V tomto príklade sú to prídavné premenné. (Ešte to môžu byť umelé premenné, nikdy nie tie, ktoré treba počítať.) V prvej rovnici je to premenná x_3 , v druhej x_4 atď.

báza	pravá strana	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
x_3	480	1	6	1	0	0	0	
x_4	190	2	1	0	1	0	0	
x_5	80	1	0	0	0	1	0	
x_6	80	0	1	0	0	0	1	
z_i	0	-50	-80	0	0	0	0	

1. CYKLUS OPTIMALIZÁCIE

Nasleduje 1. krok optimalizácie, hľadám maximálne možné zlepšenie:

Minimálna hodnota (najvzdialenejšia od nuly) v riadku účelovej funkcie a minimálny podiel

báza	pravá strana	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	pomocné podiely
x_3	480	1	6	1	0	0	0	480/6
x_4	190	2	1	0	1	0	0	190/1
x_5	80	1	0	0	0	1	0	80/0
x_6	80	0	1	0	0	0	1	80/1
z_i	0	-50	-80	0	0	0	0	

Prvý riadok sa bude upravovať, premenná x_3 „vystúpi“, teda vynuluje sa. Premenná x_2 sa nastaví na nenulovú hodnotu = „vstúpi“. Prvý riadok prepočítať tak, aby na mieste 6 bola 1 (celá rovnica deleno 6) Ostatné riadky prepočítať, aby v stĺpci 6 boli nuly (ekvivalentnými úpravami ako pri Gaussovej metóde pre matice). Aj posledný riadok.

báza	pravá strana	x1	x2	x3	x4	x5	x6	pomocné podiely
x2	80	1/6	1	1/6	0	0	0	
x4	110	11/6	0	-1/6	1	0	0	
x5	80	1	0	0	1	0	0	
x6	0	-1/6	0	-1/6	0	0	1	
zi	6400	-110/3	0	40/3	0	0	0	

máme teda riešenie:

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 80 \quad x_3 = 0 \quad x_4 = 110 \quad x_5 = 80 \quad x_6 = 0$$

$$z = 6400$$

2. CYKLUS OPTIMALIZÁCIE

Znova 2. krok optimalizácie:

báza	pravá strana	x1	x2	x3	x4	x5	x6	pomocné podiely
x2	80	1/6	1	1/6	0	0	0	80: (1/6)
x4	110	11/6	0	-1/6	1	0	0	110: (11/6)
x5	80	1	0	0	1	0	0	80:1
x6	0	-1/6	0	-1/6	0	0	1	0
zi	6400	-110/3	0	40/3	0	0	0	

Vystúpi premenná x4, namiesto nej vstúpi x1. Znova prepočítanie tabuľky tak, aby v riadku 11/6 bola 1 a v ostatných bola 0

báza	pravá strana	x1	x2	x3	x4	x5	x6	pomocné podiely
x2	70	0	1	2/11	-1/11	0	0	
x1	60	1	0	-1/11	6/11	0	0	
x5	20	0	0	1/11	-6/11	1	0	
x6	10	0	0	-2/11	1/11	0	1	
zi	8600	0	0	10	20	0	0	

máme teda riešenie:

$$x_1 = 60 \quad x_2 = 70 \quad x_3 = 0 \quad x_4 = 0 \quad x_5 = 20 \quad x_6 = 10$$

$$z = 8600$$

V poslednom riadku nie sú záporné hodnoty, teda koniec. Získané riešenie je optimálne.

VÝSLEDOK

$x_1 = 60$

$x_2 = 70$

$x_3 = 0$

$x_4 = 0$

$x_5 = 20$

$x_6 = 10$

$z = 8600$

Najefektívnejšie je vyrábať 60 j. zmesi HZ1, 60 j. zmesi HZ2. Prísada S1 sa využije celá, rovnako aj prísada S2. Z prísady S3 ostane 20 jednotiek, z prísady S4 10 jednotiek.

Viac materiálov nájdete na stránke:

hodinovaucitelka.sk

hodinovaucitelka.sk