

## ZBIERKA ÚLOH Z EXTERNEJ MATURITY

---

### Obsah

Zbierka úloh z externej maturity	1
13. Kombinatorika	2
Variácie (Permutácie).....	2
Kombinácie.....	2
“Každý s každým” .....	3
Rôzne .....	4
14. Pravdepodobnosť	7

## 13. KOMBINATORIKA

### VARIÁCIE (PERMUTÁCIE)

1. Do finále plaveckej súťaže postúpilo osem plavcov. Určte, koľko rôznych umiestnení môže nastať na troch medailových miestach, ak každú medailu získa iný plavec. (2011/2)

Riešenie: 336 možností

2. Koľko rôznych sedemciferných čísel sa dá vytvoriť z troch jednotiek, dvoch dvojek a dvoch trojek? (fri 2016/06)

(A) 210            (B) 420            (C) 840            (D) 5040

Riešenie:  $\frac{7!}{3!2!2!}$

3. V chladničke sú 3 rôzne ovocné jogurty. Koľkými spôsobmi možno z nej postupne vybrať 2 jogurty, ak záleží na poradí v akom jogurty vyberáme? (2005B/1)

Riešenie: 6

4. Koľko trojčiferných čísel s prostrednou číslicou 5 je deliteľných 18-timi? (fri 2017/13)

(A) 4            (B) 5            (C) 6            (D) 7

5. Koľko existuje všetkých permutácií vytvorených zo všetkých písmen slova MATEMATIKA, ak písmeno T bude aj na začiatku, aj na konci permutácie? (2019/22)

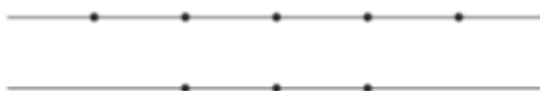
(Napríklad: TAMEMAIKAT)

### KOMBINÁCIE

6. Dvaja dospelí a osem detí sa dostalo do užšieho výberu na šachový turnaj. Reprezentovať bude družstvo zložené z jedného dospelého a štyroch detí. Koľko existuje možností na vytvorenie družstva? (2017/8)

(A) 48            (B) 70            (C) 140            (D) 280

7. Na jednej z dvoch rovnobežných priamok sme vyznačili päť bodov a na druhej tri body. Určte počet trojuholníkov, ktorých tri vrcholy sú niektoré z 8 vyznačených bodov. (2016/17)



Riešenie:

dva body na hornej + 1 bod na dolnej alebo dva body na dolnej + bod na hornej  
45 možností

8. V kúzelníckom vrecku je 5 rovnakých bielych a 2 rovnaké čierne guľôčky. Koľkými spôsobmi je možné vybrať z vrecka 3 guľôčky tak, aby boli 2 biele a 1 čierna? (2009/1)

Riešenie: 20

9. V obchode majú 12 druhov pohľadníc. Koľkými spôsobmi môžeme kúpiť 4 rôzne pohľadnice, ak na poradí, v akom pohľadnice kupujeme, nezáleží? (2005A/6)

Riešenie:

$$\binom{12}{4} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{4 \cdot 3 \cdot 2} = 495$$

10. Koľko rôznych kombinácií môžeme nastaviť na dierkovači cestovných lístkov, ak dierkovač vydierkuje štyri alebo päť z číslic 1 až 9? (2004A/3)

1	2	3
4	5	6
7	8	9
BUS		

- (A) 126  
(B) 252  
(C) 2 880  
(D) 15 876  
(E) 18 144

Riešenie:

$$\binom{9}{4} + \binom{9}{5} = \binom{10}{5}$$

---

**“KAŽDÝ S KAŽDÝM”**

---

11. Na hokejovom turnaji šiestich družstiev odohralo každé družstvo s každým jeden zápas. Koľko zápasov sa odohralo? (fri 2016/09)

- (A) 15      (B) 24      (C) 30      (D) 36

12. Na šachovom turnaji hral každý účastník s každým z ostatných účastníkov jeden zápas. Zistite počet účastníkov turnaja, ak sa na turnaji odohralo celkove 210 zápasov. (2014/14)

Riešenie: 21

13. Desať futbalových mužstiev hralo na turnaji systémom práve raz každý s každým. Priemerne koľko gólov padlo v jednom zápase, ak počas celého turnaja hráči strelili 135 gólov? (2010/2)

14. Ktorý n-uholník má 54 uhlopriečok?

Riešenie:

$$\frac{n \cdot (n - 3)}{2} = 54$$

$$n = 12$$

15. Konvexný mnohoúhelník má 35 uhlopriečok. Určte počet strán tohto mnohoúhelníka.

(2011/19)

Riešenie:  $n = 10$

### RÔZNE

16. Koľko rôznych číselných kódov sa dá vytvoriť použitím všetkých číslic čísla 1111222334?

(fri 2017/6)

- (A)  $10!$                       (B)  $4! \cdot 3! \cdot 2!$                       (C)  $10! - 4! \cdot 3! \cdot 2!$                       (D)  $\frac{10!}{4! \cdot 3! \cdot 2!}$

Riešenie: D

17. Hostia si na oslave vybrali z jedálneho lístka obsahujúceho 2 predjedlá, 3 polievky, 5 hlavných jedál a 4 zákusky. Každý z hostí si objednal buď predjedlo, alebo polievku a hlavné jedlo a zákusok. Najviac koľko hostí mohlo byť na oslave, ak každý mal inú trojicu jedál?(2017/7)

- (A) 120                      (B) 100                      (C) 26                      (D) 14

18. Dvaja dospelí a osem detí sa dostalo do užšieho výberu na šachový turnaj. Reprezentovať bude družstvo zložené z jedného dospelého a štyroch detí. Koľko existuje možností na vytvorenie družstva?

(fri 2017/8)

- (A) 48                      (B) 70                      (C) 140                      (D) 280

19. Traja chlapci a tri dievčatá si chcú urobiť spoločnú fotku. Koľkými rôznymi spôsobmi sa môžu posadiť vedľa seba na jednu lavicu tak, aby sa navzájom striedali chlapci s dievčatami a vždy vznikla iná fotka?

(2015/3)

Riešenie: 72 možností

20. Na prijímacej skúške na vysokú školu sú štyri príklady. Za riešenie každého príkladu je možné získať 0, 1, 2, 3 alebo 4 body. Na úspešné zvládnutie prijímacej skúšky treba dosiahnuť aspoň 14 bodov. Koľko je rôznych možností bodového hodnotenia jednotlivých úloh, ktorými žiak môže úspešne zvládnuť túto prijímaciu skúšku?

(2015/29)

- (A) 9                      (B) 11                      (C) 12                      (D) 15                      (E) 17

Riešenie: 15 možností

21. V osudí sú čierne a biele guľky. Ich celkový počet je 9. Bielych guľiek je viac. Koľko je bielych guľiek v osudí, ak pravdepodobnosť vytiahnutia jednej čiernej a jednej bielej guľky pri náhodnom vytiahnutí dvoch guľiek naraz je 0,5?

(2015/25)

Riešenie: 6

22. Juraj má telefón chránený päťciferným kódom. Prvé dve číslice sú párne, zvyšné tri sú nepárne. Juraj kód zabudol, pamätá si iba, že číslice sa v kóde neopakovali, nezačínal nulou a končil trojkou alebo päťkou. Koľko rôznych kódov pripadá do úvahy na vyskúšanie?

(fri 2016/08)

(A)  $5 \cdot 4 + 5 \cdot 4 \cdot 3$

(B)  $5 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3$

(C)  $4 \cdot 4 + 4 \cdot 3 \cdot 2$

(D)  $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2$

23. V tabuľke je harmonogram sobotňajších tenisových tréningov mladších žiakov počas zimnej halovej sezóny. Pred začiatkom letnej sezóny sa pripravuje nový harmonogram tréningov. Tomáš Kučera bude môcť trénovať len predpoludním, sestry Kováčové budú musieť trénovať v ľubovoľnom poradí za sebou. Ostatným žiakom vyhovujú všetky termíny. Koľko rôznych harmonogramov tenisových tréningov za uvedených podmienok je možné vytvoriť pre týchto osem žiakov?

(2013/15)

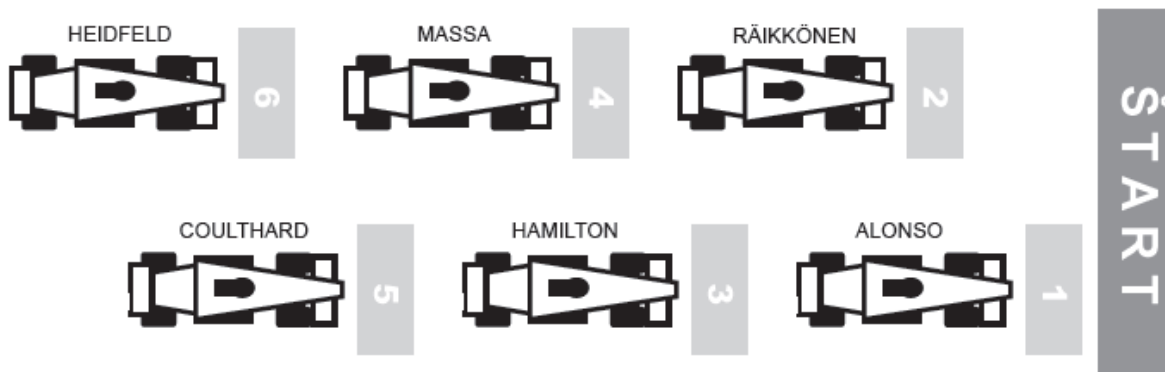
Zimná sezóna	
čas	sobota
9:00 – 9:55	Jana Abrahámová
10:00 – 10:55	Tomáš Kučera
11:00 – 11:55	Beata Hrubá
12:00 – 12:55	Dana Ihringová
13:00 – 13:55	Ingrid Hájková
14:00 – 14:55	Katarína Kováčová
15:00 – 15:55	Zuzana Kováčová
16:00 – 16:55	Peter Valent

Letná sezóna	
čas	
9:00 – 9:55	
10:00 – 10:55	
11:00 – 11:55	
12:00 – 12:55	
13:00 – 13:55	
14:00 – 14:55	
15:00 – 15:55	
16:00 – 16:55	

Riešenie: 3840

24. Na obrázku je znázornené štartové poradie na prvých šiestich miestach pretekov Formuly 1.

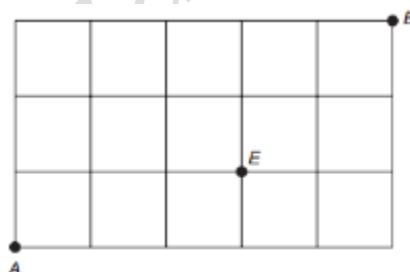
V ďalších pretekoch štartovali z prvých šiestich miest tí istí pretekári. Räikkönen a Coulthard štartovali z toho istého miesta, všetci ostatní si zmenili štartové umiestnenie. Massa si vybojoval lepšiu štartovú pozíciu a súčasne si Alonso zhoršil svoju štartovú pozíciu. Koľko rôznych štartových poradí na prvých šiestich miestach mohlo byť v ďalších pretekoch? (2009/15)



Výsledok: 6 možností

6. miesto	5. miesto	4. miesto	3. miesto	2. miesto	1. miesto
Han	Coult	Alonso	Masa	Räi	Hei
Alonso		Hei	Masa		Han
Alonso		Han	Masa		Hei
Han		Hei	Alonso		Masa
Han		Alonso	Hei		Masa
Alonso		Han	Hei		Masa

25. Koľko existuje rôznych najkratších ciest z bodu A do bodu B cez bod E, ak cesta môže ísť len po stranách štvorcíkov? (2009/25)



- (A) 4      (B) 7      (C) 10      (D) 12      (E) 24

Riešenie: 24 možností

26. Koľkými spôsobmi môžeme rozdeliť medzi Janu a Vieru 40 dvojkorunových mincí tak, aby každá z nich dostala aspoň 20 korún? (2008A/2)

Riešenie: 21 možností

## 14. PRAVDEPODOBNOŠŤ

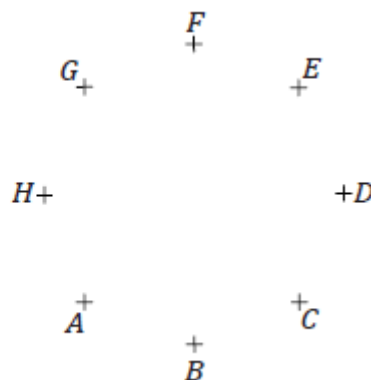
27. Učiteľ povedal: „Z písomky má tretina z vás jednotku, tretina dvojku a ostatní majú trojku alebo štvorku.“ Aká je pravdepodobnosť, že aj Adam, aj Eva majú jednotky? (fri 2017/10)  
(A)  $\frac{2}{3}$  (B)  $\frac{1}{3}$  (C)  $\frac{1}{6}$  (D)  $\frac{1}{9}$
28. Hodíme dvakrát za sebou hracou kockou. Aká je pravdepodobnosť, že pri hodoch padne súčet 4? (fri 2017/9)  
(A) 5,56 % (B) 6,25 % (C) 8,33 % (D) 11,11 %
29. V osudí je 8 bielych a 7 čiernych guľôčok. Určte, koľko čiernych guľôčok treba pridať do osudia, aby následne pri ťahu jednej guľôčky pravdepodobnosť vytiahnutia čiernej guľôčky bola 0,8. (2014/17)
30. Body na obrázku sú vrcholmi pravidelného osemuholníka ABCDEFGH. Spojme úsečkou náhodne dva z týchto bodov. Aká je pravdepodobnosť, že úsečka bude uhlopriečkou osemuholníka? (fri 2016/07)

A)  $\frac{9}{14}$

B)  $\frac{5}{7}$

C)  $\frac{1}{2}$

D)  $\frac{2}{7}$



Riešenie: B

31. Simona má dva žreby, každý z inej lotérie. V prvej lotérii je 150 000 žrebov a z nich vyhráva 50 000, v druhej lotérii je 500 000 žrebov a z nich vyhráva 200 000 žrebov. Aká veľká je pravdepodobnosť, že vyhrá aspoň jeden Simonin žreb? (2013/23)  
(A)  $\frac{1}{3}$  (B)  $\frac{2}{5}$  (C)  $\frac{3}{5}$  (D)  $\frac{2}{3}$  (E)  $\frac{11}{15}$
32. V osudí je 6 bielych a 4 čierne guľôčky. Náhodne z osudia vytiahneme naraz dve guľôčky. Aká je pravdepodobnosť, že vytiahnuté guľôčky budú rôznej farby? (2012/21)  
(A)  $\frac{2}{9}$  (B)  $\frac{2}{5}$  (C)  $\frac{7}{15}$  (D)  $\frac{8}{15}$  (E)  $\frac{24}{25}$
33. Hádzeme dvoma hracími kockami (červenou a bielou). Zistite, aká je pravdepodobnosť, že súčet hodených bodov na oboch kockách bude päť. Výsledok zapíšte ako desatinné číslo z intervalu  $\langle 0 ; 1 \rangle$  s presnosťou na dve desatinné miesta. (2011/12)

34. V triede je 11 chlapcov a 14 dievčat. Zo žiakov triedy sa náhodne vyberú dvaja žiaci na testovanie. Aká je pravdepodobnosť, že vybraní žiaci budú rovnakého pohlavia? (2011/24)

- (A)  $\frac{73}{150}$       (B)  $\frac{77}{150}$       (C)  $\frac{91}{300}$       (D)  $\frac{11}{60}$       (E)  $\frac{41}{60}$

Riešenie: A

35. Po vystriedaní si na striedačke náhodne sadlo vedľa seba päť hokejistov. Aká je pravdepodobnosť, že dvaja najlepší strelci z tejto päťice budú sedieť vedľa seba? (2010/27)

- (A) 0,8      (B) 0,4      (C) 0,2      (D) 0,1      (E) 0,05

Riešenie: B

36. Peter a Dušan hrali nasledujúcu hru. Vybrali náhodne 3 loptičky z vrecúška, v ktorom bolo 6 modrých a 4 zelené loptičky. Peter vyhral vtedy, ak sa vytiahlo viac modrých, Dušan vtedy, keď sa vytiahlo viac zelených. Koľkokrát väčšiu pravdepodobnosť výhry mal Peter ako Dušan? (2008A/28)

- (A)  $\frac{1}{2}$ -krát      (B)  $\frac{3}{2}$ -krát      (C)  $\frac{5}{3}$ -krát      (D)  $\frac{2}{3}$ -krát      (E) 2-krát

Riešenie: B

37. V klobúku máme 10 bielych a 6 čiernych loptičiek. Náhodne z nich vyberieme dve loptičky. Aká je pravdepodobnosť, že budú rôznej farby? (2008B/30)

- (A)  $\frac{1}{4}$       (B)  $\frac{1}{2}$       (C)  $\frac{1}{8}$       (D)  $\frac{3}{8}$       (E)  $\frac{3}{5}$

Riešenie: B

38. Máme dve kocky, modrú a červenú. Každou sme hodili jedenkrát. Aká je (s presnosťou na dve desatinné miesta) pravdepodobnosť, že práve na jednej z týchto kociek padla šesťka? (2005A/26)

- (A) 0,03      (B) 0,14      (C) 0,17      (D) 0,28      (E) 0,33

Riešenie: D

39. Pravdepodobnosť, že pán Kaufmann príde na obchodnú schôdzku s pánom Rýchlym načas, je 80 %. Pravdepodobnosť, že načas príde pán Rýchly, je 70 %. Aká je pravdepodobnosť, že na schôdzku príde načas len jeden z nich? (2004A/4)

- (A) 6 %      (B) 14 %      (C) 24 %      (D) 38 %      (E) 44 %

Riešenie: D

40. Študent si na skúške ťahá tri z 50 otázok. Naučiť sa však stihol iba 45 otázok. Aká je pravdepodobnosť, že si vytiahne iba tie otázky, na ktoré sa pripravil? (fri 2016/10)

- (A) 60 %      (B) 67,6 %      (C) 72,4 %      (D) 90 %



41. V internetovom článku sme sa dočítali, že na Slovensku sa podľa dlhodobých štatistík rodí 94 chlapcov na 100 dievčat. Predpokladajme, že tieto údaje sú správne. Určte v percentách pravdepodobnosť, že v náhodne vybratej slovenskej rodine s tromi deťmi sú práve dvaja chlapci. (2019/19)

Riešenie: 36,31