

ZBIERKA ÚLOH Z EXTERNEJ MATURITY

Obsah

Zbierka úloh z externej maturity	1
11. Postupnosti	2
Definícia, vlastnosti postupnosti.....	2
Aritmetická postupnosť.....	2
Slovné úlohy na aritmetickú postupnosť.....	2
Geometrická postupnosť.....	3
Slovné úlohy na geometrickú postupnosť.....	4

11. POSTUPNOSTI

DEFINÍCIA, VLASTNOSTI POSTUPNOSTI

1. Postupnosť $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je daná n-tým členom $a_n = \frac{40n+2}{n+3}$. Určte najväčšie n , pre ktoré platí $a_n < 39$. (2010/21)
(A) 112 (B) 113 (C) 114 (D) 115 (E) 116
2. Pre každé dva susedné členy postupnosti platí rovnosť $a_{n+1} = 2 \cdot \left(a_n + \frac{4}{a_n}\right)$. Určte prvý člen tejto postupnosti, ak jej druhý člen je $a_2 = 8$. (2009/16)

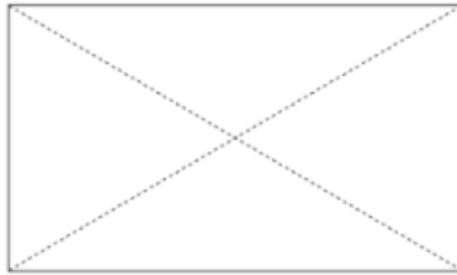
ARITMETICKÁ POSTUPNOSŤ

3. Súčet prvého a piateho člena aritmetickej postupnosti je 6, súčet druhého a tretieho člena postupnosti je 1. Určte hodnotu prvého člena tejto aritmetickej postupnosti. (2014/3)
4. V aritmetickej postupnosti, v ktorej $a_1 = -85$, $d = 4$, určte prvý kladný člen. Zapište index prvého kladného člena.
5. V aritmetickej postupnosti $a_1 = -4,8$, $d = 0,4$. Koľko členov treba spočítať, aby bol súčet väčší ako 170?

SLOVNÉ ÚLOHY NA ARITMETICKÚ POSTUPNOSŤ

6. Adam si každý deň od 1. do 31. decembra vložil do obálky lístky s poradovým číslom dňa. Lístok s číslom 1 bol jeden, lístky s číslom 2 boli dva, s číslom 3 tri, ..., lístkov s číslom 31 bolo tridsaťjeden. Koľko má v obálke lístkov s párnym číslom? (fri 2016/33)
(A) 496 (B) 256 (C) 248 (D) 240
7. Daný je nepravidielný 15-uholník $A_1A_2A_3 \dots A_{15}$. Najkratšia strana 15-uholníka má dĺžku 6 cm a každá ďalšia strana je vždy o 2 cm dlhšia ako predchádzajúca. Aký obvod má mnohoúholník $A_1A_2A_3 \dots A_{15}$? (fri 2017/34)
8. Vandal vytrhol z knihy jeden list, na ktorom boli dve očíslované strany. Súčet čísel zvyšných strán knihy bol 7 495. Zistite, koľko očíslovaných strán mala pôvodne kniha, ak číslovanie strán knihy začalo číslom 1. (2013/18)
9. Jana chcela zistiť súčet prvých päťdesiatich celých kladných čísel. Pri sčítaní jedno číslo náhodou vynechala. Dostala súčet deliteľný číslom 60. Určte číslo, ktoré Jana pri sčítaní vynechala. (2012/9)

10. V divadle je na prízemí 20 radov sedadiel. V prvom rade je 16 sedadiel, v každom nasledujúcom rade je o dve sedadlá viac ako v predchádzajúcom. Určte počet všetkých sedadiel na prízemí divadla. (2011/11)
11. V posluchárni je 1 000 miest na sedenie. Tie sú usporiadané do 10 radov tak, že počty sedadiel v jednotlivých radoch tvoria aritmetickú postupnosť. V prvom rade je 46 sedadiel. Koľko sedadiel je v poslednom rade? (2004A/15)
12. Medzi čísla 2 a 17 sme vložili dve čísla x a y tak, že spolu s danými číslami tvoria štyri za sebou nasledujúce členy aritmetickej postupnosti. Určte neznáme čísla x a y . Do odpoveďového hárka zapíšte väčšie z nich. (2010/9)
13. Dĺžky strán a dĺžka uhlopriečky obdĺžnika (pozrite obrázok) sú tri po sebe idúce členy aritmetickej postupnosti. Dĺžka dlhšej strany obdĺžnika je 12 cm. Určte v centimetroch štvorcových obsah tohto obdĺžnika. (2015/7)



14. Dĺžky strán pravouhlého trojuholníka sú tri za sebou nasledujúce členy aritmetickej postupnosti. Dlhšia odvesna má dĺžku 24 cm. Vypočítajte v centimetroch dĺžku prepony trojuholníka. (2013/12)
15. Peter každý deň trénuje na polmaratón. Prvý deň prebehol 1 000 m a každý ďalší deň zvyšoval dĺžku tréningu o 250 m. V určitý deň Peter zabehol na tréningu 21 km. V ten deň si spočítal celkovú dráhu, ktorú zabehol od začiatku tréningovania. Koľko kilometrov Peter spolu zabehol? (2019/6)

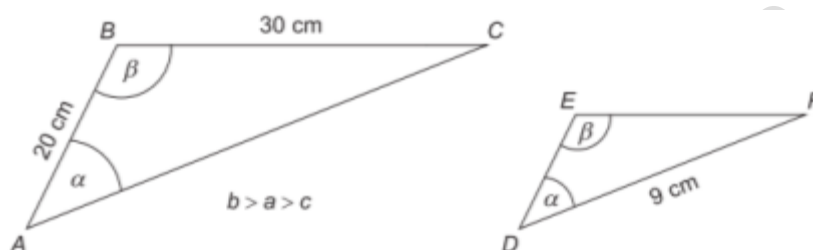
GEOMETRICKÁ POSTUPNOSŤ

1. Prvý člen geometrickej postupnosti je $a_1 = \frac{1}{2}$. Jej štvrtý člen je $a_4 = 32$. Vypočítajte piaty člen a_5 tejto geometrickej postupnosti. (2008A/15)
2. Súčet druhého a štvrtého člena geometrickej postupnosti je dvojnásobkom súčtu prvého a tretieho člena postupnosti. Súčet prvých desiatich členov postupnosti je 3 069. Určte prvý člen postupnosti. (2015/16)

3. V geometrickej postupnosti je druhý člen $a_2 = 6$ a piaty člen $a_5 = 162$. Určte súčet prvých piatich členov tejto postupnosti. (2011/17)
4. V geometrickej postupnosti $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je štvrtý člen $a_4 = 54$ a kvocient $q = \frac{1}{3}$. Vypočítajte súčet prvých troch členov tejto postupnosti. (2008B/19)

SLOVNÉ ÚLOHY NA GEOMETRICKÚ POSTUPNOSŤ

5. Trojuholníky ABC a DEF (obrázok) sú podobné, pričom dĺžky strán trojuholníka DEF tvoria tri po sebe idúce členy geometrickej postupnosti. Určte v centimetroch dĺžku najkratšej strany trojuholníka DEF. (2016/10)



6. V každej kapsule probiotika Lacto-Plus je $2 \cdot 10^7$ aktívnych baktérií Lactobacillu. Po expirácii sa začne každý mesiac počet baktérií v jednej kapsule znižovať o polovicu. Koľko mesiacov po expirácii bude počet baktérií v jednej kapsule nižší ako 1 000 000? (fri 2016/34)
- (A) 4 (B) 5 (C) 10 (D) 11
7. V počítačovej hre „Násobíš nepriateľa“ sa po každom neúspešnom pokuse zasiahnúť niektorého z nepriateľov počet nepriateľov zdvojnásobí. Pri úspešnom zásahu sa počet nepriateľov nezmení. Na začiatku hry má hráč 20 nepriateľov. Hra končí, ak počet nepriateľov prekročí 10 000. Po koľkých neúspešných zásahoch hráč prehrá?
- (A) po ôsmich (B) po deviatich
(C) po desiatich (D) po jedenástich