

## ZBIERKA ÚLOH Z EXTERNEJ MATURITY

---

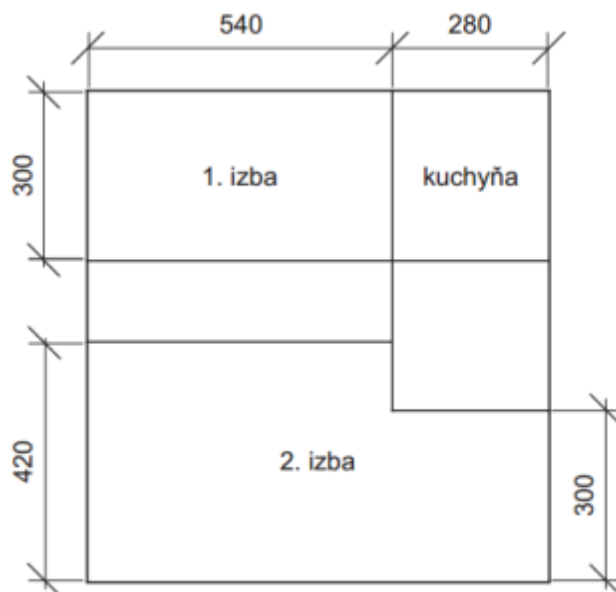
### Obsah

Zbierka úloh z externej maturity	1
10. Objem a povrch	2
Hranaté telesá – hranol, kváder, kocka.....	2
Rotačné telesá.....	8

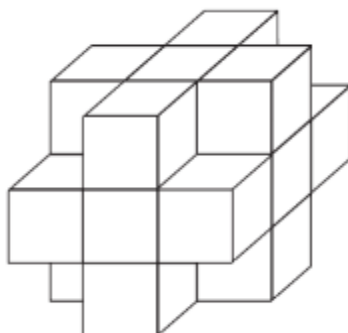
## 10.OBJEM A POVRCH

### HRANATÉ TELESÁ – HRANOL, KVÁDER, KOCKA

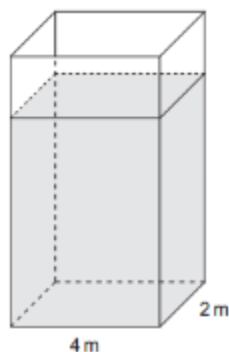
1. Na obrázku je nakreslený pôdorys dvojizbového bytu. Rozmery sú uvedené v centimetroch. Výška všetkých miestností je 280 cm. Majiteľ bytu plánuje klimatizovať priestor väčšej izby. Určte vo wattoch minimálny potrebný výkon klimatizačného zariadenia väčšej izby, ak na klimatizovanie 1 metra kubického priestoru je potrebný výkon 31 wattov. (2014/6)



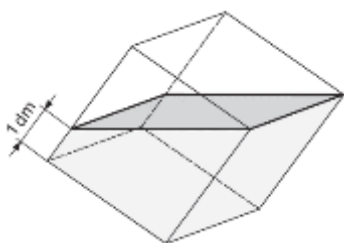
2. Predmet na reklamné účely bol vyrobený tak, že z každého vrcholu kocky s hranou dlhou 9 cm sa odrezala malá kocka s hranou dlhou 3 cm (pozrite obrázok). Na záver sa povrch vyrobeného predmetu pozlátil. V dielni bolo vyrobených 25 rovnakých predmetov. Určte, koľko gramov zlata sa spotrebovalo na pozlátenie všetkých vyrobených predmetov, ak 1 g zlata vystačí na pozlátenie plochy s veľkosťou 50 cm<sup>2</sup>. (2014/11)



3. Nádrž tvaru kvádra má vnútorné rozmery vodorovného dna uvedené na obrázku. Hladina vody v nádrži siaha do výšky 980 cm. Koľko metrov kubických vody je v nádrži? (2013/2)



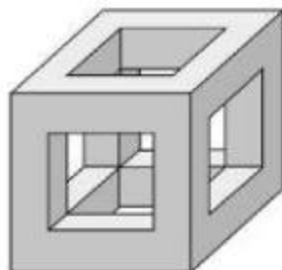
4. Akvárium má tvar kocky s dĺžkou hrany 6 dm. Ak akvárium otáčame okolo jeho podstavnej hrany, tak voda z akvária začne vytekať práve vtedy, keď voda na protíľahlej stene akvária dosiahne do výšky 1 dm (pozrite obrázok). Vypočítajte, koľko litrov vody bolo v akváriu. (2015/14)



5. Daná je kocka  $ABCDEFGH$  s dĺžkou hrany 4 cm a bod  $X$ , ktorý je stredom úsečky  $AB$ . Rozrezaním kocky rovinou  $EHX$  vzniknú dve telesá. Vypočítajte objem väčšieho z nich. Výsledok uveďte v centimetroch kubických. (2019/5)
6. Kocku rozrežeme tromi rôznymi rovinami na menšie kocky. Každá rovina prechádza stredom kocky a je rovnobežná s niektorou dvojicou rovnobežných stien kocky. Určte pomer súčtu povrchov všetkých vzniknutých malých kociek a povrchu pôvodnej kocky. (2011/18)
7. Bazén tvaru kvádra s hĺbkou 145 cm a rozmermi dna 6 m a 4 m bolo nutné pri jarnej údržbe vymaľovať. Na maľovanie sa použili 750 ml balenia špeciálnej farby na bazény, ktorej 1 liter stačí na vymaľovanie 12 m<sup>2</sup> plochy bazéna. Najmenej koľko celých balení farby bolo treba použiť na vymaľovanie celého bazéna trikrát? (2010/15)
8. Pravidelný desaťuholník so stranou  $a = 2$  cm je podstavou kolmého hranola, ktorého bočné steny sú štvorce. Určte objem hranola v cm<sup>3</sup> s presnosťou na dve desatinné miesta. (2009/11)
9. Kolmý hranol so štvorcovou podstavou a kolmý hranol s podstavou pravidelného trojuholníka majú rovnakú výšku a rovnakú dĺžku hrany podstavy. Určte pomer objemov väčšieho a menšieho hranola. (2009/29)

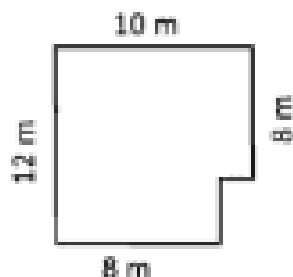
- (A) 2                      (B)  $\frac{4}{\sqrt{3}}$                       (C)  $\frac{\sqrt{3}}{4}$                       (D)  $\frac{12}{\sqrt{3}}$                       (E)  $\frac{\sqrt{3}}{12}$

10. Teleso na obrázku je vyrobené z kocky o hrane 4 decimetre. V strede každej steny je do vnútra kocky vyrezaný štvorcový otvor 2 dm × 2 dm. Vypočítajte koľko dm<sup>2</sup> tapety potrebujeme na oblepenie všetkých stien tohto telesa zvnútra i zvonka. (2008A/19)



11. Vo vzduchu je 21% kyslíka. Približne koľko m<sup>3</sup> kyslíka sa nachádza v prázdnom byte s pôdorysom na obrázku a výškou stropu 230 cm? (fri 2011/43)

- (A) 201 m<sup>3</sup>                      (B) 58 m<sup>3</sup>                      (C) 54 m<sup>3</sup>                      (D) 12 m<sup>3</sup>



12. Je daná kocka s hranou 7 cm. Druhá kocka má 3-krát väčšiu hranu. Koľkokrát sa zväčší

- povrch
- objem
- obsah jednej steny
- stenová uhlopriečka
- telesová uhlopriečka druhej kocky?

13. Sú dané dve kocky. Povrch menšej kocky tvorí 25% povrchu väčšej kocky. Akú časť tvorí objem menšej kocky voči objemu tej väčšej? Vyjadrite v percentách.

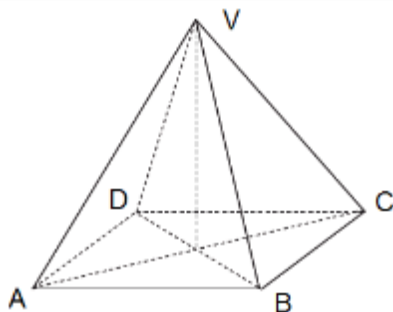
14. O koľko percent sa zmenší hrana kocky, ak sa objem kocky zmenší o 78,4 %?

#### IHLAN

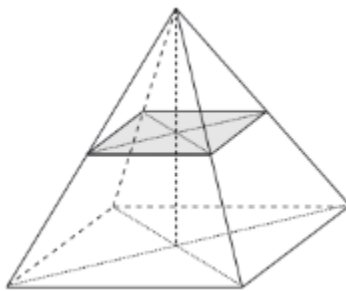
1. Dĺžka hrany kocky ABCDEFGH je 4 cm. Vypočítajte povrch ihlana ABCDH. (2013/25)

- (A)  $\frac{64}{3}$  cm<sup>2</sup>                      (B)  $32 + 16\sqrt{2}$  cm<sup>2</sup>                      (C)  $32 + 16\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup>                      (D) 96 cm<sup>2</sup>                      (E) 32 cm<sup>2</sup>

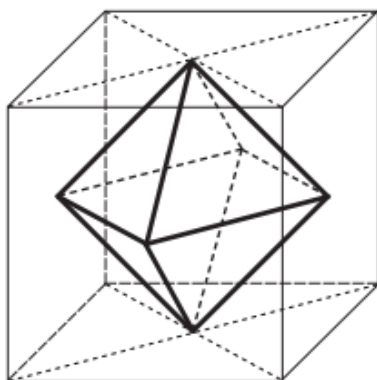
2. Štvorcová podstava pravidelného ihlana ABCDV (pozrite obrázok) má obsah  $144 \text{ cm}^2$ . Veľkosť uhla bočných stien ABV, BCV, CDV a ADV s podstavou je  $40^\circ$ . Určte v centimetroch kubický objem ihlana ABCDV. (2012/15)



3. Pravidelný ihlan so štvorcovou podstavou rozrežeme rovinou rovnobežnou s podstavou na dve časti (pozrite obrázok). Objem vzniknutého menšieho ihlana tvorí 20 % objemu pôvodného ihlana. Podstava vzniknutého menšieho ihlana má obsah  $10 \text{ cm}^2$ . Určte v centimetroch štvorcových obsah podstavy pôvodného ihlana. (2012/30)  
 (A) 17,10      (B) 22,36      (C) 29,24      (D) 40      (E) 50



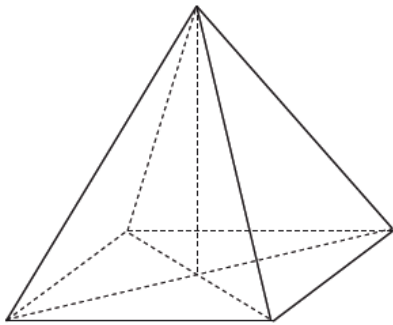
4. Šperk je vyrobený tak, že pravidelný osemsten zo zlata je zaliaty do kocky zo skla (pozrite obrázok). Určte pomer objemu skla a objemu zlata v šperku. (Pravidelný osemsten je teleso, ktoré vznikne zjednotením dvoch zhodných pravidelných ihlanov so spoločnou štvorcovou podstavou. Steny ihlanov sú rovnostranné trojuholníky.) (2013/28)  
 (A) 3 : 1      (B) 4 : 1      (C) 5 : 1      (D) 6 : 1      (E) 8 : 1



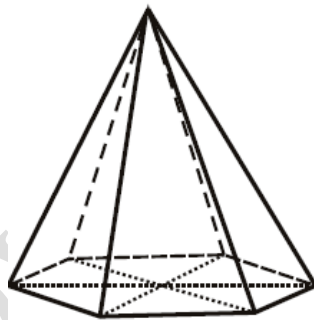
5. Dva pravidelné štvorsteny majú povrchy  $84 \text{ cm}^2$  a  $189 \text{ cm}^2$ . V akom pomere sú ich objemy? (2011/27)

- (A) 2 : 3      (B) 4 : 9      (C) 4 : 27      (D) 8 : 27      (E) 3 : 8

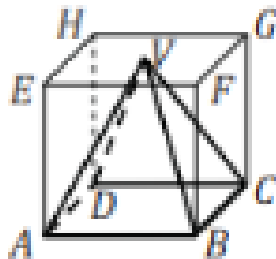
6. Pravidelný štvorboký ihlan (pozrite obrázok) má dĺžku bočnej hrany  $c = 5 \text{ cm}$ , jej uhol s rovinou podstavy je  $30^\circ$ . Vypočítajte objem ihlana v  $\text{cm}^3$ . (2010/12)



7. Určte obsah plášt'a pravidelného šesťbokého ihlana, ak je dĺžka hrany jeho základne  $10 \text{ cm}$  a dĺžka jeho bočnej hrany  $13 \text{ cm}$ . Výsledok uveďte v  $\text{cm}^2$ . (2008B/14)



8. Z drevenej kocky s hranou dlhou  $10 \text{ cm}$  bol vyrezaný pravidelný štvorboký ihlan ABCDV. Vrchol V leží v strede steny EFGH (obrázok). Koľko percent objemu pôvodnej kocky tvorí odpad? (Fri 2014/41)



- (A) 75%      (B) 66,6%      (C) 50%      (D) 33,3%

9. Mnoho ľudí verí na liečivú silu pyramíd. Podľa odporúčaní znalcov, Európania by mali pri stavbe vlastnej pyramídy v tvare pravidelného štvorbokého ihlana dodržať, aby steny

zvierali so zemou uhol  $65^\circ$ . Približne koľko  $\text{m}^2$  strešnej krytiny treba na pyramídu s hranou podstavy dlhou 2 metre? (fri 2011/45)

(A)  $4,4 \text{ m}^2$       (B)  $8,6 \text{ m}^2$       (C)  $9,5 \text{ m}^2$       (D)  $12,5 \text{ m}^2$

10. V akom pomere sú povrchy a objemy dvoch pravidelných štvorstenov, keď vrcholy jedného z nich sú v stredoch stien druhého?
11. Stredy stien kocky s hranou dĺžky  $a$  tvoria vrcholy iného telesa. Vypočítajte, akú časť objemu kocky zaberá toto teleso?

---

## ROTAČNÉ TELESÁ

---

1. Aký objem má polvalec s priemerom podstavy 0,8 m a výškou 1,8 m? (fri 2016/42)



- (A)  $3,6 \text{ m}^3$       (B)  $1,8 \text{ m}^3$       (C)  $0,9 \text{ m}^3$       (D)  $0,45 \text{ m}^3$
2. Kužel, ktorý vznikne rotáciou pravouhlého trojuholníka PRS okolo odvesny RS, má objem  $800\pi$ . Dĺžka odvesny RS je 24. Akú veľkosť má druhá odvesna tohto trojuholníka? (fri 2016/43)
- (A)  $\sqrt{3}$       (B)  $\frac{25}{6}$       (C) 10      (D)  $\frac{50}{3}$
3. Milión olovených guľičiek s polomerom 0,5 mm roztavíme a zlejeme z nich jednu guľu s polomerom: (fri 2012/13)
- (A) 1 cm      (B) 2,5 cm      (C) 5 cm      (D) 10 cm
4. Nápoj VYPIMA sa plní do plechoviek v tvare valca s priemerom podstavy 0,8 dm a výškou 1,5 dm. Vyrábajú sa z hliníkového plechu s hmotnosťou 4,2 g na  $1 \text{ dm}^2$ . približne koľko gramov váži jedna plechovka? (fri 2008/45)
- (A) 14 g      (B) 16 g      (C) 18 g      (D) 20 g
5. Ak zmenšíme polomer valca o 20 % a zároveň zväčšíme jeho výšku o 50 %, tak sa jeho objem (2005A/29)
- (A) zmenší o 4 %.      (B) zmenší o 10 %.  
(C) zmenší o 40 %.      (D) zväčší o 4 %.  
(E) zväčší o 30 %.
6. Obdĺžnik s rozmermi 8 cm a 4 cm otočíme o  $360^\circ$  najprv okolo dlhšej strany, čím vznikne prvé teleso. Potom obdĺžnik podobne otočíme okolo kratšej strany, čím vznikne druhé teleso. Určte pomer povrchov prvého a druhého telesa. (2009/7)
7. Veľký drevený dvojdierný gombík má priemer 2 cm. Veľkosť polomeru oboch dierok je 1 mm. Vyjadrite v percentách odpad materiálu, ktorý vznikne pri výrobe dvoch dierok jedného gombíka. (2009/4)





8. Koľkokrát sa zväčší povrch atmosférického balóna tvaru gule, ak sa jeho objem zväčší 8-násobne? (2010/28)  
 (A) 4 (B) 16 (C) 32 (D) 8 (E) 2
9. Štyri tenisové loptičky možno kúpiť v jednom balení v tvare valca (pozrite schému na obrázku). Každá loptička sa dotýka susednej loptičky a plášt'a, prípadne podstavy valca. Koľko percent z celého vnútorného objemu valca tvorí prázdny priestor, ktorý nevyplňajú tenisové loptičky? (2015/13)

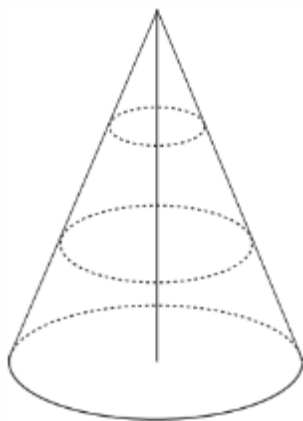


10. Tri plastelínové gule majú polomery  $r_1 = 3$  cm,  $r_2 = 4$  cm a  $r_3 = 5$  cm. Z týchto troch gulí sa vymodelovala jedna veľká guľa. Vypočítajte v centimetroch polomer vzniknutej gule. (2011/13)
11. Nádoba tvaru polgule s vnútorným polomerom 12 cm je plná vody. Celý obsah tejto nádoby prelejeme do nádoby v tvare valca s vnútorným polomerom 24 cm. Určte v centimetroch, do akej výšky bude siahať voda v nádobe tvaru valca. (2008A/13)
12. Ak rozvinieme do roviny plášť rotačného kužeľa, dostaneme polkruh s polomerom 1 dm (pozrite obrázok). Vypočítajte v decimetroch kubický objem tohto kužeľa. (Plášť kužeľa tvoria všetky strany kužeľa. Strana kužeľa je úsečka spájajúca vrchol kužeľa s ľubovoľným bodom kružnice podstavy kužeľa.)

- (A)  $\frac{\pi\sqrt{3}}{24}$  (B)  $\frac{\pi\sqrt{3}}{8}$  (C)  $\frac{\pi}{12}$  (D)  $\frac{\pi\sqrt{3}}{6}$  (E)  $\frac{\pi}{16}$



13. Kužeľ s polomerom podstavy 12 cm a výškou 15 cm rozdelíme rovinami rovnobežnými s podstavou na tri telesá. Roviny rozdelia výšku kužeľa na tri rovnaké časti. Určte pomer objemov najväčšieho a najmenšieho vzniknutého telesa. (2010/16)



14. Daný je kužel s polomerom podstavy 10 cm a výškou 12 cm. V akej výške nad podstavou ho máme rozdeliť rezom rovnobežným s podstavou, aby objemy oboch vzniknutých telies boli rovnaké? Výsledok uveďte v centimetroch. (2019/18)
15. Povrch gule s polomerom  $R$  tvorí 25 % povrchu rovnostranného kužela s polomerom podstavy  $r$ . Určte pomer polomeru gule  $R$  a polomeru podstavy kužela  $r$ . (Rovnostranný kužel je kužel, ktorého rez prechádzajúci vrcholom kužela a stredom podstavy je rovnostranný trojuholník.) (2016/16)
16. Vierina váza zo skla sa dá opísať ako rotačné teleso, ktoré vzniklo rotáciou vyfarbeného päťuholníka okolo osi  $x$ . Vypočítajte objem skla Vierinej vázy. (2008A/27)



- (A)  $1421\pi$     (B)  $1196\pi$     (C)  $2165\pi$     (D)  $746\pi$     (E)  $675\pi$
17. Objem daného valca je 5-krát väčší ako objem daného kužela, pričom obe telesá majú rovnakú plochu podstáv. Určte pomer výšky kužela a výšky valca. (2008B/17)
18. Rotačný valec má polomer podstavy  $r$  a výšku  $v$ . Ak zväčšíme polomer podstavy o 25 % a zároveň zmenšíme výšku o 20 %, bude objem vzniknutého valca väčší:
- (A) o 10 %    (B) o 15 %    (C) o 20 %    (D) o 25 %    (fri 2013/41)
19. Na natretie povrchu gule s polomerom 8 dm je potrebných osem kilových plechoviek farby. Koľko polkilových plechoviek rovnakej farby potrebujeme na natretie povrchu gule s polomerom 40 cm? (fri 2013/44)
- (A) 3    (B) 4    (C) 5    (D) 6

20. Koncová časť výfuku osobného automobilu sa skladá z dvoch spojených valcov. Užší z nich s objemom 2 litre má polovičný priemer a rovnakú dĺžku ako širší valec. Aký objem má celá koncová časť výfuku? (fri 2011/44)
- (A) 4 litre      (B) 6 litrov      (C) 8 litrov      (D) 10 litrov
21. Guľa a kocka majú rovnaký povrch. Určte pomer ich objemov.
22. Dutá kovová guľa má vonkajší priemer  $d = 40$  cm. Určte jej hrúbku, ak má hmotnosť 25 kg. (Hustota kovu  $\rho = 8,45$  g/cm<sup>3</sup>.)
23. Určte objem valca, ktorý má tieto dve vlastnosti:
- jeho objem a povrch sú vyjadrené rovnakým číslom,
  - rez valca rovinou obsahujúcou os valca je štvorec