

ZBIERKA ÚLOH Z EXTERNEJ MATURITY

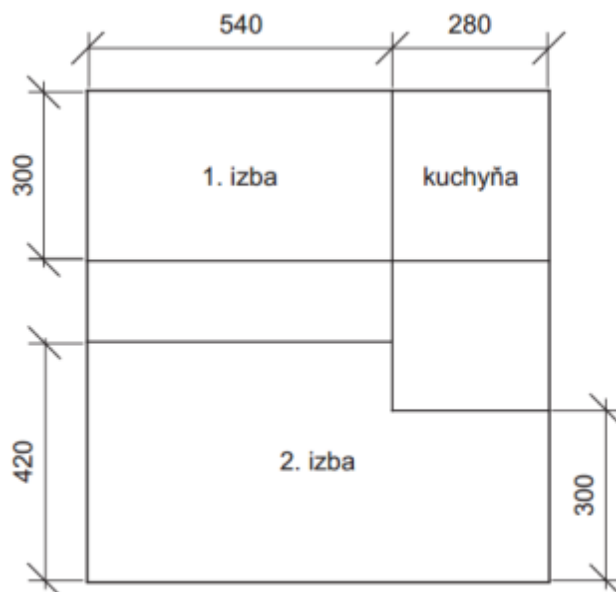
Obsah

Zbierka úloh z externej maturity	1
10. Objem a povrch	2
Hranaté telesá – hranol, kváder, kocka.....	2
Rotačné telesá	8

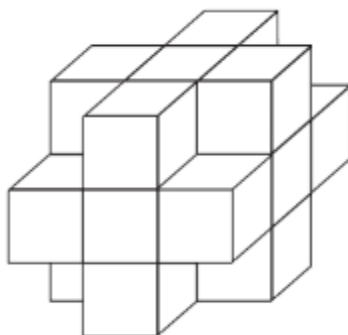
10.OBJEM A POVRCH

HRANATÉ TELESÁ – HRANOL, KVÁDER, KOCKA

1. Na obrázku je nakreslený pôdorys dvojizbového bytu. Rozmery sú uvedené v centimetroch. Výška všetkých miestností je 280 cm. Majiteľ bytu plánuje klimatizovať priestor väčšej izby. Určte vo wattoch minimálny potrebný výkon klimatizačného zariadenia väčšej izby, ak na klimatizovanie 1 metra kubického priestoru je potrebný výkon 31 wattov. (2014/6)

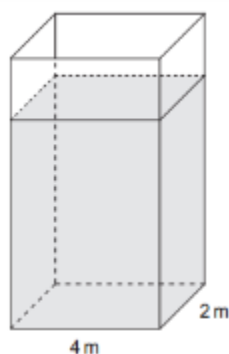


2. Predmet na reklamné účely bol vyrobený tak, že z každého vrcholu kocky s hranou dlhou 9 cm sa odrezala malá kocka s hranou dlhou 3 cm (pozrite obrázok). Na záver sa povrch vyrobeného predmetu pozlátil. V dielni bolo vyrobených 25 rovnakých predmetov. Určte, koľko gramov zlata sa spotrebovalo na pozlátenie všetkých vyrobených predmetov, ak 1 g zlata vystačí na pozlátenie plochy s veľkosťou 50 cm^2 . (2014/11)

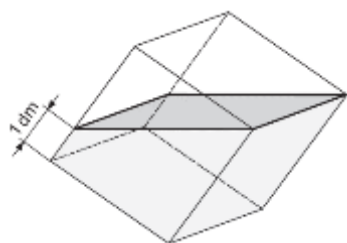


3. Nádrž tvaru kvádra má vnútorné rozmery vodorovného dna uvedené na obrázku. Hladina vody v nádrži siaha do výšky 980 cm. Koľko metrov kubických vody je v nádrži? (2013/2)

Riešenie: 78,4



4. Akvárium má tvar kocky s dĺžkou hrany 6 dm. Ak akvárium otáčame okolo jeho podstavnej hrany, tak voda z akvária začne vytekať práve vtedy, keď voda na protihľej stene akvária dosiahne do výšky 1 dm (pozrite obrázok). Vypočítajte, koľko litrov vody bolo v akváriu. (2015/14)



5. Daná je kocka $ABCDEFGH$ s dĺžkou hrany 4 cm a bod X , ktorý je stredom úsečky AB . Rozrezaním kocky rovinou EHX vzniknú dve telesá. Vypočítajte objem väčšieho z nich. Výsledok uveďte v centimetroch kubických. (2019/5)

Riešenie: 891 cm³

6. Kocku rozrežeme tromi rôznymi rovinami na menšie kocky. Každá rovina prechádza stredom kocky a je rovnobežná s niektorou dvojicou rovnobežných stien kocky. Určte pomer súčtu povrchov všetkých vzniknutých malých kociek a povrchu pôvodnej kocky. (2011/18)

7. Bazén tvaru kvádra s hĺbkou 145 cm a rozmermi dna 6 m a 4 m bolo nutné pri jarnej údržbe vymalovať. Na maľovanie sa použili 750 ml balenia špeciálnej farby na bazény, ktorej 1 liter stačí na vymalovanie 12 m² plochy bazéna. Najmenej koľko celých balení farby bolo treba použiť na vymalovanie celého bazéna trikrát? (2010/15)

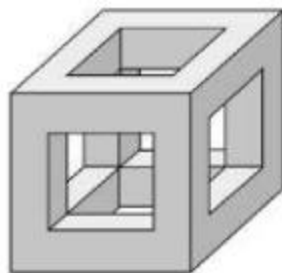
Riešenie: 18

8. Pravidelný desaťuholník so stranou $a = 2$ cm je podstavou kolmého hranola, ktorého bočné steny sú štvorce. Určte objem hranola v cm³ s presnosťou na dve desatinné miesta. (2009/11)

9. Kolmý hranol so štvorcovou podstavou a kolmý hranol s podstavou pravidelného trojuholníka majú rovnakú výšku a rovnakú dĺžku hrany podstavy. Určte pomer objemov väčšieho a menšieho hranola. (2009/29)

(A) 2 (B) $\frac{4}{\sqrt{3}}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (D) $\frac{12}{\sqrt{3}}$ (E) $\frac{\sqrt{3}}{12}$

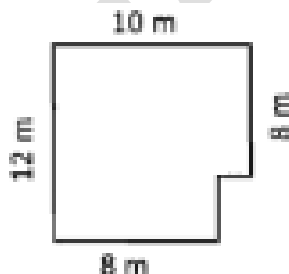
10. Teleso na obrázku je vyrobené z kocky o hrane 4 decimetre. V strede každej steny je do vnútra kocky vyrezaný štvorcový otvor 2 dm × 2 dm. Vypočítajte koľko dm² tapety potrebujeme na oblepenie všetkých stien tohto telesa zvnútra i zvonka. (2008A/19)



Riešenie: 120 dm²

11. Vo vzduchu je 21% kyslíka. Približne koľko m³ kyslíka sa nachádza v prázdnom byte s pôdorysom na obrázku a výškou stropu 230 cm? (fri 2011/43)

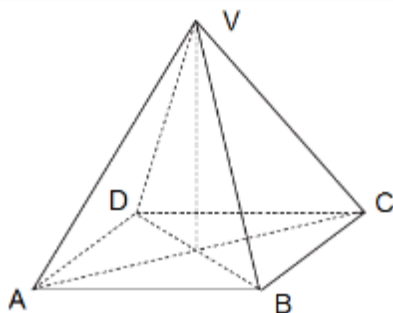
(A) 201 m³ (B) 58 m³ (C) 54 m³ (D) 12 m³



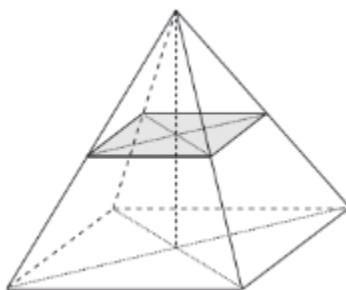
12. Je daná kocka s hranou 7 cm. Druhá kocka má 3-krát väčšiu hranu. Koľkokrát sa zväčší
- povrch
 - objem
 - obsah jednej steny
 - stenová uhlopriečka
 - telesová uhlopriečka druhej kocky?
13. Sú dané dve kocky. Povrch menšej kocky tvorí 25% povrchu väčšej kocky. Akú časť tvorí objem menšej kocky voči objemu tej väčšej? Vyjadrite v percentách.
14. O koľko percent sa zmenší hrana kocky, ak sa objem kocky zmenší o 78,4 %?

IHLAN

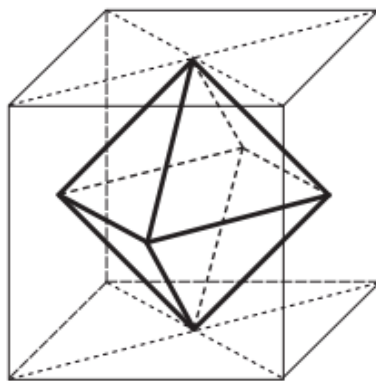
1. Dĺžka hrany kocky ABCDEFGH je 4 cm. Vypočítajte povrch ihlana ABCDH. (2013/25)
(A) $\frac{64}{3} \text{ cm}^2$ (B) $32 + 16\sqrt{2} \text{ cm}^2$ (C) $32 + 16\sqrt{3} \text{ cm}^2$ (D) 96 cm^2 (E) 32 cm^2
2. Štvorcová podstava pravidelného ihlana ABCDV (pozrite obrázok) má obsah 144 cm^2 . Veľkosť uhla bočných stien ABV, BCV, CDV a ADV s podstavou je 40° . Určte v centimetroch kubický objem ihlana ABCDV. (2012/15)



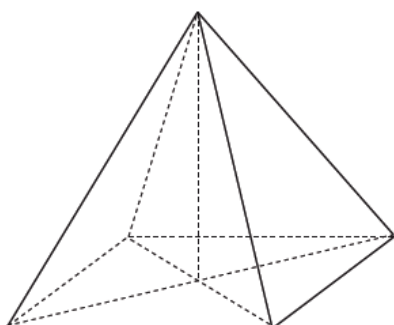
3. Pravidelný ihlan so štvorcovou podstavou rozrežeme rovinou rovnobežnou s podstavou na dve časti (pozrite obrázok). Objem vzniknutého menšieho ihlana tvorí 20 % objemu pôvodného ihlana. Podstava vzniknutého menšieho ihlana má obsah 10 cm^2 . Určte v centimetroch štvorcových obsah podstavy pôvodného ihlana. (2012/30)
(A) 17,10 (B) 22,36 (C) 29,24 (D) 40 (E) 50



4. Šperk je vyrobený tak, že pravidelný osemsten zo zlata je zaliaty do kocky zo skla (pozrite obrázok). Určte pomer objemu skla a objemu zlata v šperku. (Pravidelný osemsten je teleso, ktoré vznikne zjednotením dvoch zhodných pravidelných ihlanov so spoločnou štvorcovou podstavou. Steny ihlanov sú rovnostranné trojuholníky.) (2013/28)
(A) 3 : 1 (B) 4 : 1 (C) 5 : 1 (D) 6 : 1 (E) 8 : 1

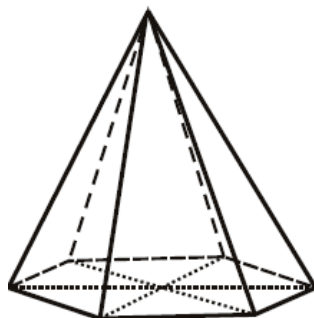


5. Dva pravidelné štvorsteny majú povrchy 84 cm^2 a 189 cm^2 . V akom pomere sú ich objemy? (2011/27)
- (A) 2 : 3 (B) 4 : 9 (C) 4 : 27 (D) 8 : 27 (E) 3 : 8
6. Pravidelný štvorboký ihlan (pozrite obrázok) má dĺžku bočnej hrany $c = 5 \text{ cm}$, jej uhol s rovinou podstavy je 30° . Vypočítajte objem ihlana v cm^3 . (2010/12)

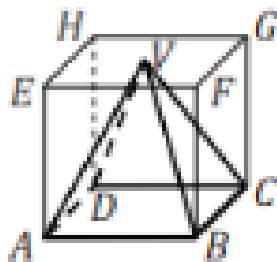


Riešenie: $V = 31,25$

7. Určte obsah plášt'a pravidelného šesťbokého ihlana, ak je dĺžka hrany jeho základne 10 cm a dĺžka jeho bočnej hrany 13 cm . Výsledok uveďte v cm^2 . (2008B/14)



8. Z drevenej kocky s hranou dlhou 10 cm bol vyrezaný pravidelný štvorboký ihlan ABCDV. Vrchol V leží v strede steny EFGH (obrázok). Koľko percent objemu pôvodnej kocky tvorí odpad? (Fri 2014/41)

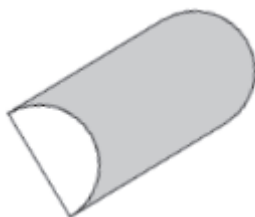


- (A) 75% (B) 66,6% (C) 50% (D) 33,3%

9. Mnoho ľudí verí na liečivú silu pyramíd. Podľa odporúčaní znalcov, Európania by mali pri stavbe vlastnej pyramídy v tvare pravidelného štvorbokého ihlana dodržať, aby steny zvierali so zemou uhol 65° . Približne koľko m^2 strešnej krytiny treba na pyramídu s hranou podstavy dlhou 2 metre? (fri 2011/45)
- (A) $4,4 \text{ m}^2$ (B) $8,6 \text{ m}^2$ (C) $9,5 \text{ m}^2$ (D) $12,5 \text{ m}^2$
10. V akom pomere sú povrchy a objemy dvoch pravidelných štvorstenov, keď vrcholy jedného z nich sú v stredoch stien druhého?
11. Stredy stien kocky s hranou dĺžky a tvoria vrcholy iného telesa. Vypočítajte, akú časť objemu kocky zaberá toto teleso?

ROTAČNÉ TELESÁ

1. Aký objem má polvalec s priemerom podstavy 0,8 m a výškou 1,8 m? (fri 2016/42)



- (A) $3,6 \text{ m}^3$ (B) $1,8 \text{ m}^3$ (C) $0,9 \text{ m}^3$ (D) $0,45 \text{ m}^3$
2. Kužel, ktorý vznikne rotáciou pravouhlého trojuholníka PRS okolo odvesny RS, má objem 800π . Dĺžka odvesny RS je 24. Akú veľkosť má druhá odvesna tohto trojuholníka? (fri 2016/43)
- (A) $\sqrt{3}$ (B) $\frac{25}{6}$ (C) 10 (D) $\frac{50}{3}$
3. Milión olovených guľičiek s polomerom 0,5 mm roztavíme a zlejeme z nich jednu guľu s polomerom: (fri 2012/13)
- (A) 1 cm (B) 2,5 cm (C) 5 cm (D) 10 cm
4. Nápoj VYPIMA sa plní do plechoviek v tvare valca s priemerom podstavy 0,8 dm a výškou 1,5 dm. Vyrábajú sa z hliníkového plechu s hmotnosťou 4,2 g na 1 dm^2 . približne koľko gramov váži jedna plechovka? (fri 2008/45)
- (A) 14 g (B) 16 g (C) 18 g (D) 20 g
5. Ak zmenšíme polomer valca o 20 % a zároveň zväčšíme jeho výšku o 50 %, tak sa jeho objem (2005A/29)
- (A) zmenší o 4 %. (B) zmenší o 10 %.
(C) zmenší o 40 %. (D) zväčší o 4 %.
(E) zväčší o 30 %.
6. Obdĺžnik s rozmermi 8 cm a 4 cm otočíme o 360° najprv okolo dlhšej strany, čím vznikne prvé teleso. Potom obdĺžnik podobne otočíme okolo kratšej strany, čím vznikne druhé teleso. Určte pomer povrchov prvého a druhého telesa. (2009/7)
7. Veľký drevený dvojdiernkový gombík má priemer 2 cm. Veľkosť polomeru oboch dierok je 1 mm. Vyjadrite v percentách odpad materiálu, ktorý vznikne pri výrobe dvoch dierok jedného gombíka. (2009/4)



8. Koľkokrát sa zväčší povrch atmosférického balóna tvaru gule, ak sa jeho objem zväčší 8-násobne? (2010/28)

(A) 4 (B) 16 (C) 32 (D) 8 (E) 2

9. Štyri tenisové loptičky možno kúpiť v jednom balení v tvare valca (pozrite schému na obrázku). Každá loptička sa dotýka susednej loptičky a plášťa, prípadne podstavy valca. Koľko percent z celého vnútorného objemu valca tvorí prázdny priestor, ktorý nevypĺňajú tenisové loptičky? (2015/13)



10. Tri plastelínové gule majú polomery $r_1 = 3$ cm, $r_2 = 4$ cm a $r_3 = 5$ cm. Z týchto troch gulí sa vymodelovala jedna veľká guľa. Vypočítajte v centimetroch polomer vzniknutej gule. (2011/13)

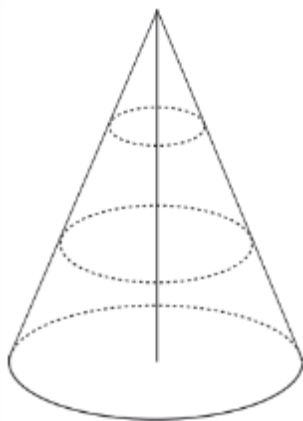
11. Nádobu tvaru polgule s vnútorným polomerom 12 cm je plná vody. Celý obsah tejto nádoby prelejeme do nádoby v tvare valca s vnútorným polomerom 24 cm. Určte v centimetroch, do akej výšky bude siahať voda v nádobe tvaru valca. (2008A/13)

12. Ak rozvinieme do roviny plášť rotačného kužeľa, dostaneme polkruh s polomerom 1 dm (pozrite obrázok). Vypočítajte v decimetroch kubický objem tohto kužeľa. (Plášť kužeľa tvoria všetky strany kužeľa. Strana kužeľa je úsečka spájajúca vrchol kužeľa s ľubovoľným bodom kružnice podstavy kužeľa.)

(A) $\frac{\pi\sqrt{3}}{24}$ (B) $\frac{\pi\sqrt{3}}{8}$ (C) $\frac{\pi}{12}$ (D) $\frac{\pi\sqrt{3}}{6}$ (E) $\frac{\pi}{16}$



13. Kužeľ s polomerom podstavy 12 cm a výškou 15 cm rozdelíme rovinami rovnobežnými s podstavou na tri telesá. Roviny rozdelia výšku kužeľa na tri rovnaké časti. Určte pomer objemov najväčšieho a najmenšieho vzniknutého telesa. (2010/16)

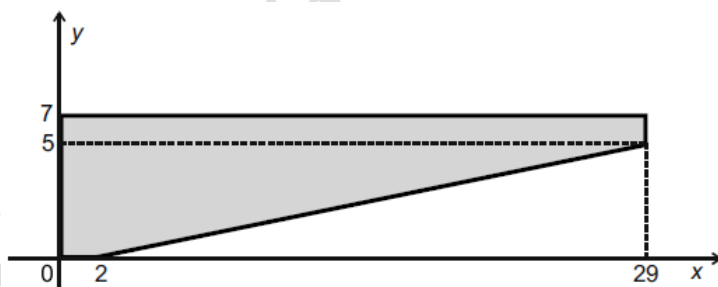


Riešenie: 19 : 1

14. Daný je kužeľ s polomerom podstavy 10 cm a výškou 12 cm. V akej výške nad podstavou ho máme rozdeliť rezom rovnobežným s podstavou, aby objemy oboch vzniknutých telies boli rovnaké? Výsledok uveďte v centimetroch. (2019/18)

Riešenie: 2,48 cm

15. Povrch gule s polomerom R tvorí 25 % povrchu rovnostranného kužeľa s polomerom podstavy r . Určte pomer polomeru gule R a polomeru podstavy kužeľa r . (Rovnostranný kužeľ je kužeľ, ktorého rez prechádzajúci vrcholom kužeľa a stredom podstavy je rovnostranný trojuholník.) (2016/16)
16. Vierina váza zo skla sa dá opísať ako rotačné teleso, ktoré vzniklo rotáciou vyfarbeného päťuholníka okolo osi x . Vypočítajte objem skla Vierinej vázy. (2008A/27)



- (A) 1421π (B) 1196π (C) 2165π (D) 746π (E) 675π
17. Objem daného valca je 5-krát väčší ako objem daného kužeľa, pričom obe telesá majú rovnakú plochu podstáv. Určte pomer výšky kužeľa a výšky valca. (2008B/17)
18. Rotačný valec má polomer podstavy r a výšku v . Ak zväčšíme polomer podstavy o 25 % a zároveň zmenšíme výšku o 20 %, bude objem vzniknutého valca väčší:
 (A) o 10 % (B) o 15 % (C) o 20 % (D) o 25 % (fri 2013/41)
19. Na natretie povrchu gule s polomerom 8 dm je potrebných osem kilových plechoviek farby. Koľko polkilových plechoviek rovnakej farby potrebujeme na natretie povrchu gule s polomerom 40 cm? (fri 2013/44)

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6

20. Koncová časť výfuku osobného automobilu sa skladá z dvoch spojených valcov. Užší z nich s objemom 2 litre má polovičný priemer a rovnakú dĺžku ako širší valec. Aký objem má celá koncová časť výfuku? (fri 2011/44)

(A) 4 litre (B) 6 litrov (C) 8 litrov (D) 10 litrov

21. Guľa a kocka majú rovnaký povrch. Určte pomer ich objemov.

22. Dutá kovová guľa má vonkajší priemer $d = 40$ cm. Určte jej hrúbku, ak má hmotnosť 25 kg. (Hustota kovu $\rho = 8,45$ g/cm³.)

23. Určte objem valca, ktorý má tieto dve vlastnosti:

- a) jeho objem a povrch sú vyjadrené rovnakým číslom,
- b) rez valca rovinou obsahujúcou os valca je štvorec