

ZBIERKA ÚLOH Z EXTERNEJ MATURITY

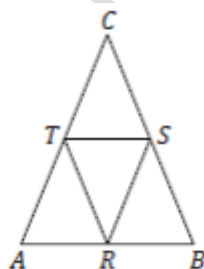
Obsah

Zbierka úloh z externej maturity	1
9. Planimetria	2
Trojuholník.....	2
Euklidove vety.....	9

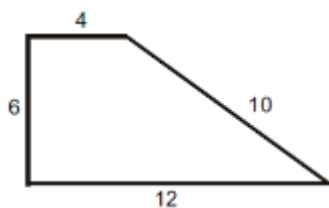
9. PLANIMETRIA

TROJUHOLNÍK

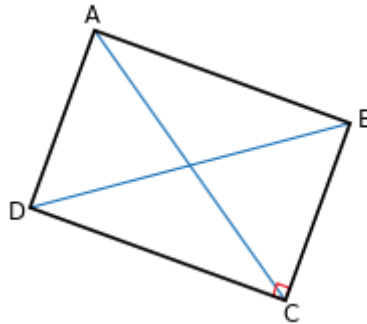
1. Do kružnice je vpísaný geometrický útvar, ktorý sa skladá z pravidelného šesťuholníka a šiestich rovnostranných trojuholníkov (obr.) Strana trojuholníka má dĺžku 4. Aký je polomer r tejto kružnice? (fri 2016/39)
(A) $2\sqrt{3}$ (B) $2\sqrt{5}$ (C) $4\sqrt{3}$ (D) $4\sqrt{5}$
2. Ktoré tvrdenie o rovnostrannom trojuholníku KLM so stranou m je nepravdivé? (fri 2016/35)
(A) Každý rovnostranný trojuholník je podobný trojuholníkom KLM.
(B) Stred kružnice opísanej trojuholníku KLM leží v jeho ťažisku.
(C) Trojuholník KLM je stredovo aj osovo súmerný.
(D) Ťažnice trojuholníka KLM majú dĺžku $m \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$
3. Základňa AB rovnoramenného trojuholníka ABC má dĺžku 10 cm, rameno má dĺžku 13 cm. Označme R, S, T stredy strán trojuholníka ABC (obr.). Akú vzdialenosť má ťažisko trojuholníka RST od strany ST? (fri 2016/36)
(A) 2 cm (B) 3 cm (C) 4 cm (D) 6 cm



4. V trojuholníku ABC sme pospájali stredy strán a dostali sme tak menší trojuholník s obsahom 14 cm^2 . Aký je obsah trojuholníka ABC v centimetroch štvorcových? (2016/3)
5. Daný je trojuholník ABC, ktorý má strany dlhé 7 cm, 6 cm, 9 cm. Vypočítajte kosínus jeho najmenšieho vnútorného uhla. (2016/7)
6. Na obrázku je načrtnutý pravouhlý lichobežník. Vypočítajte v stupňoch súčet jeho najmenšieho a najväčšieho vnútorného uhla. (2008B/18)

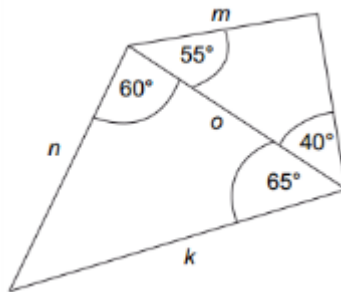


7. Pomer dĺžok strán obdĺžnika ABCD je $\sqrt{3} : 1$. Určte veľkosť menšieho z uhlov uhlopriečok obdĺžnika ABCD.



- (A) 60° (B) 120° (C) 130° (D) 70° (E) 30°

8. Rozhodnite, ktorá z úsečiek k, l, m, n, o je podľa údajov znázornených na obrázku najdlhšia. (2010/23)

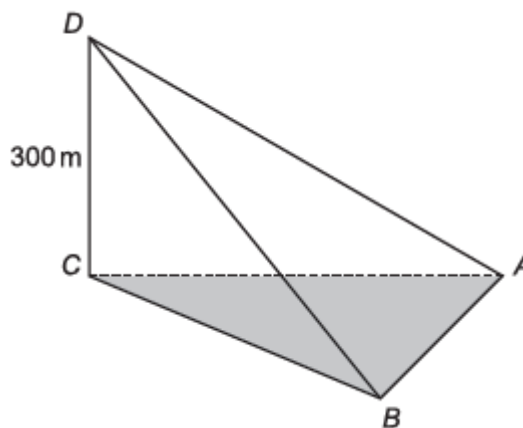


- (A) úsečka k (B) úsečka l (C) úsečka m (D) úsečka n (E) úsečka o

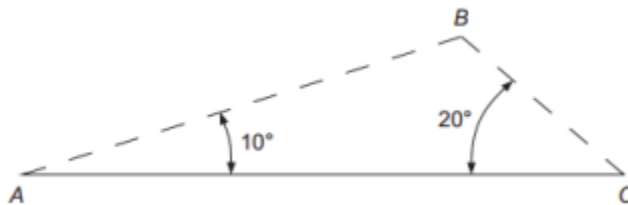
9. Ramená dvojitého rebríka majú dĺžku 245 cm. Po roztvorení rebríka ramená zvierajú uhol 40° . Určte zaokrúhlene na celé centimetre výšku takto roztvoreného rebríka (vzdialenosť najvyšších bodov rebríka od podlahy). (2014/24)

- (A) 230 cm (B) 208 cm (C) 188 cm (D) 157 cm (E) 84 cm

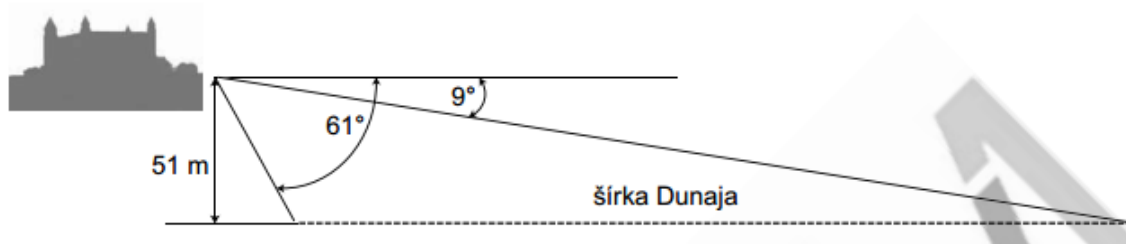
10. Lietajúci dron zameriaval územie pre architekta. Vzlietol kolmo z bodu C do bodu D. Bol vo výške 300 m nad rovinou ABC. Dron z bodu D zameral uhol $\angle BDC = 43^\circ$. Vypočítajte v metroch vzdialenosť bodov C a B. (2019/11)



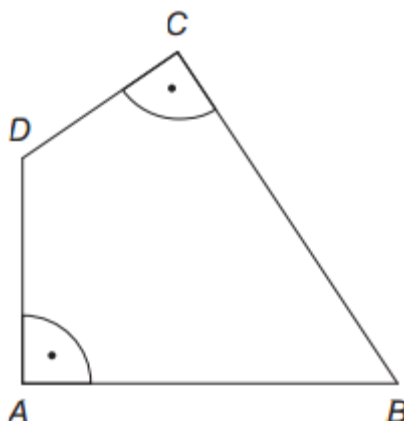
11. Vzdialenosť miest A a C na rovnej ceste je 200 m. Medzi miestami A a C sa nad cestou vznáša balón B. Z miesta A je možné pozorovať balón B pod výškovým uhlom 10° , z miesta C pod výškovým uhlom 20° (pozrite obrázok). Určte zaokrúhlene na celé metre, o koľko je vzdušná vzdialenosť balóna B od miesta C menšia ako od miesta A. (2014/20)



12. Dĺžky strán trojuholníka sú 3 cm, 4 cm a 6 cm. Určte v stupňoch veľkosť tupého vnútorného uhla trojuholníka. (2013/6)
13. V trojuholníku ABC je pomer dĺžok strán $a : b = 1 : 2$ a uhol $\alpha = 30^\circ$. Určte v stupňoch veľkosť najväčšieho vnútorného uhla trojuholníka ABC. (2011/6)
14. Študent geodetickej školy meria z Bratislavského hradu šírku Dunaja. Keď zameriava v rovine kolmej na rieku, vidí brehy Dunaja v hĺbkových uhloch 61° a 9° (pozrite obrázok). Výška stanovišťa študenta nad hladinou Dunaja je 51 metrov. Určte šírku Dunaja podľa nameraných hodnôt. Výsledok zapíšte zaokrúhlený na celé metre. (2011/16)



15. Vo štvoruholníku ABCD s dĺžkami strán $|AB| = 9$, $|BC| = 11$ a $|CD| = 3$ sú vnútorné uhly pri vrcholoch A a C pravé (pozrite obrázok). Určte dĺžku strany AD štvoruholníka ABCD. (2013/16)



16. Ťažisko rovnostranného trojuholníka ABC leží v začiatku súradnicovej sústavy $O[0;0]$ a vrchol C má súradnice $[0;4]$. Vypočítajte súčet súradníc všetkých vrcholov trojuholníka ABC.

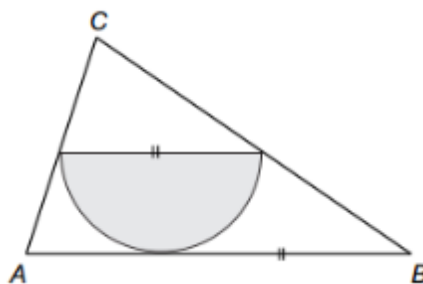
(2013/17)

17. V trojuholníku ABC sú veľkosti vnútorných uhlov $\alpha = 80^\circ$ a $\beta = 70^\circ$. Určte v stupňoch veľkosť uhla medzi výškou na stranu c a výškou na stranu a.

(2012/6)

18. Do trojuholníka ABC je vpísaný polkruh (pozrite obrázok). Určte polomer polkruhu, ak dĺžka strany AB je 8 a výška na stranu AB je 4.

(2012/20)



19. V trojuholníku ABC majú vnútorné uhly ležiace pri vrchoch A a B veľkosti 30° a 45° (pozrite obrázok). Výška na stranu AB je 1 cm. Obsah trojuholníka ABC je

(2012/28)

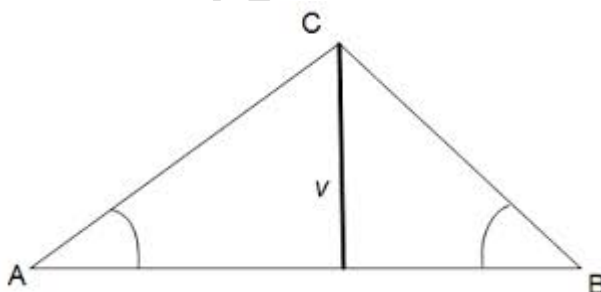
(A) $\frac{\sqrt{2}-1}{2} \text{ cm}^2$

(B) $\frac{\sqrt{2}+1}{2} \text{ cm}^2$

(C) $\frac{\sqrt{2}+2}{2} \text{ cm}^2$

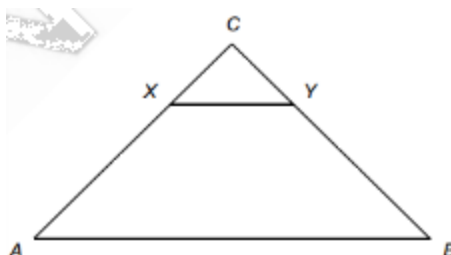
(D) $\frac{\sqrt{3}-1}{2} \text{ cm}^2$

(E) $\frac{\sqrt{3}+1}{2} \text{ cm}^2$

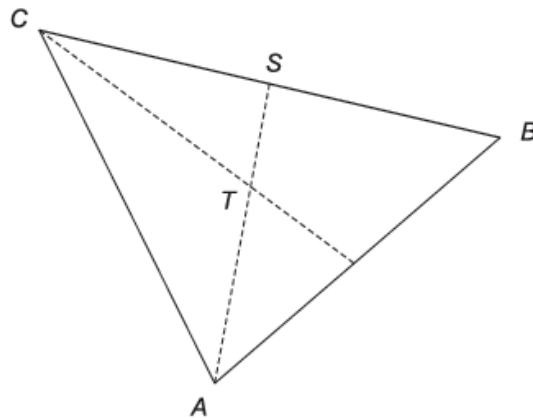


20. V rovnoramennom trojuholníku ABC je úsečka XY rovnobežná so základňou trojuholníka. Úsečka XY rozdelí trojuholník ABC na menší trojuholník a lichobežník (pozrite obrázok). Obsah menšieho trojuholníka a obsah lichobežníka sú v pomere 1: 8. Určte dĺžku úsečky XY, ak $|AB| = 9$ a $|AC| = |BC| = 6$.

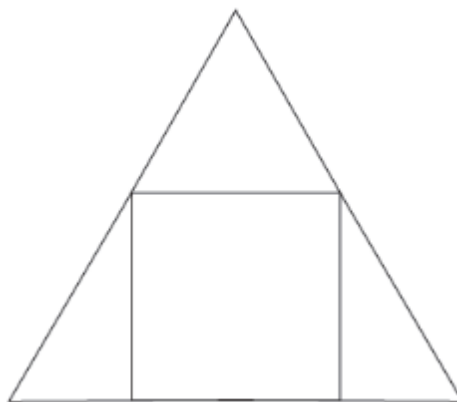
(2011/20)



21. Určte prirodzené číslo n tak, aby $\sqrt{2n \cdot (2n + 1)}$ bola dĺžka prepony pravouhlého trojuholníka, ktorého odvesny majú dĺžky $\sqrt{2n + 27}$ a n . (2010/19)
22. V trojuholníku ABC sú dané strany $a = 2$ cm, $b = 3$ cm a uhol $\gamma = 60^\circ$. Vypočítajte dĺžku strany c . (2010/22)
- (A) $\sqrt{11}$ cm (B) $\sqrt{7}$ cm (C) $\sqrt{5}$ cm (D) $\sqrt{3}$ cm (E) $\sqrt{2}$ cm
23. Obdĺžnik s rozmermi 8 cm a 4 cm otočíme o 360° najprv okolo dlhšej strany, čím vznikne prvé teleso. Potom obdĺžnik podobne otočíme okolo kratšej strany, čím vznikne druhé teleso. Určte pomer povrchov prvého a druhého telesa. (2009/8)
24. Daný je trojuholník ABC s ťažnicami $t_c = 9$, $t_a = 6$. Bod T je ťažisko trojuholníka a bod S je stred strany BC. Veľkosť uhla CTS je 60° . Určte veľkosť strany BC. Výsledok uveďte s presnosťou na dve desatinné miesta. (2009/18)



25. Do rovnostranného trojuholníka so stranou dlhou 6 cm je vpísaný štvorec. Vypočítajte dĺžku strany tohto štvorca. Výsledok uveďte v centimetroch s presnosťou na dve desatinné miesta. (2009/20)



26. V trojuholníku ABC pre veľkosti strán a, b, c platí $a \leq b \leq c$. Dva z jeho vnútorných uhlov majú veľkosti 80° a 40° . Ktoré z nasledujúcich tvrdení o trojuholníku ABC je pravdivé? (2009/21)
- (A) Uhol veľkosti 80° leží oproti strane a .

- (B) Uhol veľkosti 40° leží oproti strane b .
- (C) Tretí vnútorný uhol leží oproti strane a .
- (D) Tretí vnútorný uhol leží oproti strane b .
- (E) Tretí vnútorný uhol leží oproti strane c .

27. Aký najmenší obvod môže mať trojuholník s celočíselnými stranami a, b, c , pre ktoré platí nerovnosť $a < b < c$, pričom vieme, že strana $b = 20$ cm ? (2008A/16, 2008B/20)

Riešenie:

Strana c musí mať aspoň 21 cm. Keby mala presne 21 cm, tak strana a nemôže byť 1, lebo by neplatila trojuholníková nerovnosť. Strana a musí byť aspoň 2.

Odpoveď: $21 + 20 + 2 = 43$

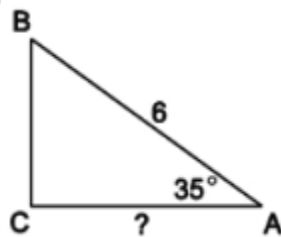
28. Prepona pravouhlého trojuholníka má dĺžku 17 cm. Jedna jeho odvesna je o 7 cm kratšia ako druhá odvesna. Vypočítajte v centimetroch obvod tohto pravouhlého trojuholníka. (2008A/29, 2008B/29)

- (A) 50
- (B) 46
- (C) 42
- (D) 40
- (E) 36

29. Osem metrov dlhý rebrík je opretý v telocvični o stenu, s ktorou zvierá uhol 11° . Zistite, do akej výšky steny rebrík dosiahne. Svoju odpoveď uveďte v metroch s presnosťou na dve desatinné miesta. (2008B/1)

30. V pravouhlom trojuholníku ABC je $AB = 6$, $\alpha = 35^\circ$. Vypočítajte dĺžku strany AC, výsledok uveďte zaokrúhlený na 1 desatinné miesto.

Poznámka: Zaokrúhlite len vypočítanú dĺžku strany AC, nezaokrúhľujte čísla, ktoré používate pri medzivýpočtoch. (2005A/2)



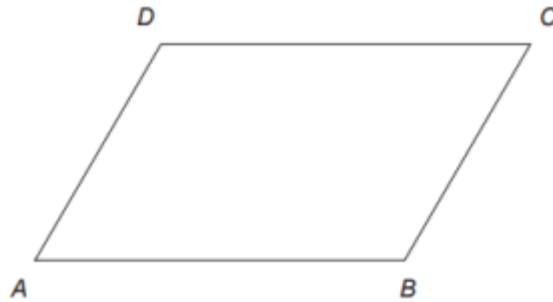
31. V trojuholníku ABC ležia oproti stranám a, b, c uhly α, β, γ (v tomto poradí). Ak $\alpha = 35^\circ$ a $\beta = 75^\circ$, tak pre veľkosti strán tohto trojuholníka platí: (2005A/24)

- (A) $a < b < c$.
- (B) $a < c < b$.
- (C) $b < a < c$.
- (D) $b < c < a$.
- (E) $c < a < b$.

32. Aký najväčší obsah (v cm^2) môže mať trojuholník ABC, v ktorom má strana a dĺžku 7 cm a ťažnica ta na stranu a dĺžku 16 cm? (2004A/20)

33. Nech S je priesečník uhlopriečok lichobežníka ABCD, ktorého základne majú dĺžky: $AB = 6$ cm, $CD = 3$ cm. Vypočítajte (v cm^2) obsah trojuholníka ABS, ak viete, že obsah trojuholníka CDS je 13 cm^2 . (2004A/21)

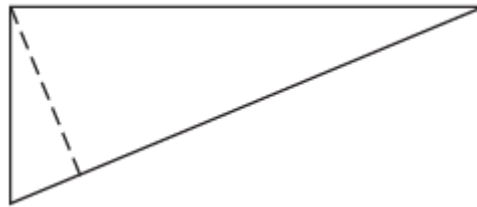
34. Rovnobežník ABCD (pozrite obrázok) má dĺžky strán 6 cm a 4 cm. Veľkosť jedného z vnútorných uhlov rovnobežníka je 45° . Vypočítajte v centimetroch dĺžku dlhšej uhlopriečky rovnobežníka ABCD. (2015/5)



35. Do rovnoramenného trojuholníka so základňou dlhou 2 cm a výškou na základňu dlhou 6 cm je vpísaná kružnica. Vypočítajte v centimetroch polomer vpísanej kružnice. (2015/18)
36. Dané sú body $A[-1; 1]$ a $B[3; -2]$. Určite reálne číslo c v súradniciach bodu $C[c_1; c_2]$ tak, aby bod C bol vrcholom pravouhlého trojuholníka ABC s pravým uhlom pri vrchole B. (2015/19)

EUKLIDOVE VETY

1. Starému otcovi ostal v záhrade voľný priestor v tvare pravouhlého trojuholníka s odvesnami dlhými 5 metrov a 12 metrov. Rozhodol sa ho rozdeliť na dve časti a to výškou na preponu. Na menšej časti vytvorí skalku, na väčšiu zaseje trávku. Koľko metrov štvorcových má väčšia časť? (2019/14)



2. Je daný kosoštvorec $ABCD$, ktorého strana a má dĺžku 7. Do kosoštvorca je vpísaná kružnica k . Body dotyku T_1, T_2, T_3, T_4 rozdeľujú každú stranu kosoštvorca v pomere 2 : 5. Aký polomer má kružnica k ? (fri 2016/37)

(A) $\sqrt{10}$

(B) $2\sqrt{10}$

(C) 10

(D) 20

