

## ZBIERKA ÚLOH Z EXTERNEJ MATURITY

---

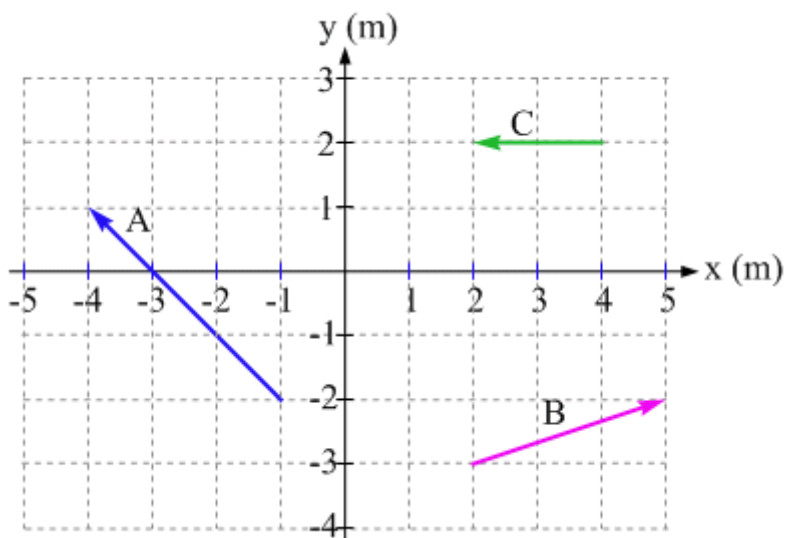
### Obsah

Zbierka úloh z externej maturity	1
8. Analytická geometria	2
Vektory.....	2
Lineárne útvary.....	3
Kružnica.....	7

## 8. ANALYTICKÁ GEOMETRIA

### VEKTORY

1. Zapište súradnice zobrazených vektorov.

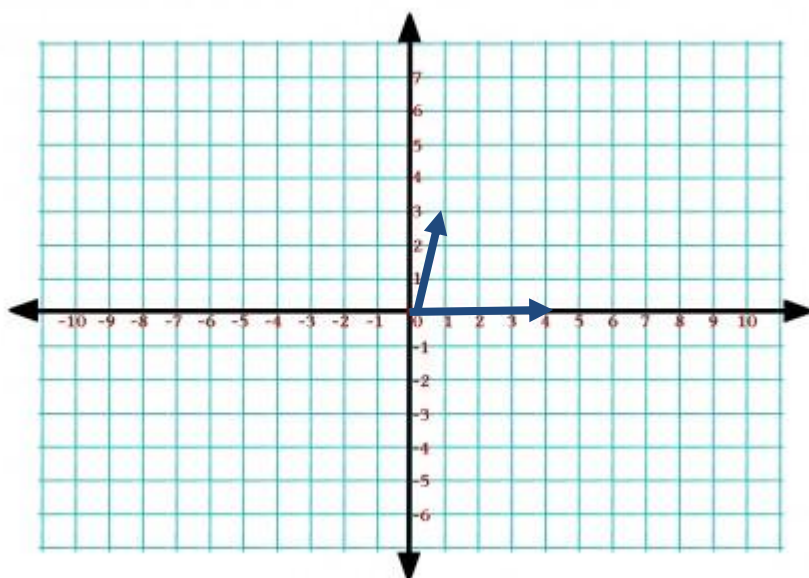


2. Graficky aj numericky zistite:

$$\vec{w} = 2\vec{a} + \vec{b}$$

$$\vec{w} = 2\vec{a} - \vec{b}$$

$$\vec{w} = \vec{a} - 2\vec{b}$$



3. Aké sú súradnice bodu L, ak  $\vec{w} = \overrightarrow{KL}$  a bod K má súradnice [2,2]?
4. Aké budú súradnice N, ak  $\overrightarrow{MN} \parallel \vec{a}$ ,  $M = [-1; 5]$  a  $|\overrightarrow{MN}| = 2 \cdot |\vec{a}|$
5. Lineárna kombinácia vektorov: <https://www.geogebra.org/m/sxMwsWhw>

6. Dané sú vektory  $\vec{a} = (-3; 1)$ ,  $\vec{b} = (-2; m)$ . Určte druhú súradnicu  $m$  vektora  $\vec{b}$  tak, aby  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3$ . (2009/2)

7. Dané sú body  $A, B$ . Nájdite bod  $M$  na osi  $x$  tak, aby  $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 0$ .

a)  $A[0, 1], B[5, -6]$

b)  $A[0, 1, 3], B[-5, 3, -3]$

Riešenie:

$$m_1 = 6, m_2 = -1$$

8. Zistite, či tri body ležia na jednej priamke:

$A[-3, 2], B[-7, -4], C[-1, 5]$

$A[4, 5], B[-2, 8], C[7, -1]$

$A[3, -2, 4], B[7, 0, -2], C[1, -3, 7]$

$A[7, -1, 3], B[5, 2, 2], C[1, 8, 1]$

Riešenie:

a) body  $A, B, C$  ležia na jednej priamke

c) body  $A, B, C$  ležia na jednej priamke

9. Rozhodnite, či body  $A, B, C, D$  ležia v rovine alebo na priamke:

a)  $A[2, -5, -7], B[-1, 1, 2], C[1, -3, -4], D[-3, 5, 8]$

b)  $A[1, -2, 3], B[1, -2, 4], C[3, -1, 4], D[2, -1, 4]$

c)  $A[1, -2, 3], B[2, 1, 8], C[2, 1, 1], D[-2, -11, 9]$

10. Vypočítajte uhol  $\alpha$  v trojuholníku  $ABC$ .  $A [0; 1]$   $B [-1; 2]$   $C [1; 3]$

11. Vektorový súčin:

a) Určte vektor, ktorý je kolmý na oba vektory:  $\vec{u} = (1; -1; 2)$  a  $\vec{v} = (3; 1; 1)$  a zároveň má veľkosť 10.

Riešenie:

$$\vec{z} = (-3\sqrt{2}; 5\sqrt{2}; 4\sqrt{2})$$

---

### LINEÁRNE ÚTVARY

---

12. Daný je pravidelný šesťuholník  $ABCDEF$ . Bod  $A$  má súradnice  $[1; 3]$  a bod  $D$  má súradnice  $[4; 7]$ . Vypočítajte súčet súradníc stredu jeho opísanej kružnice.; (2019/1)

Riešenie: 7,5

13. Dané sú body  $A[8; 1]$  a  $B [6;5]$ . Určte:

parametrické vyjadrenie priamky  $AB$  / polpriamky  $AB$  / úsečky

všeobecná rovnica priamky

smernicový tvar priamky

smerový vektor

normálový vektor  
smernica  
os úsečky  
veľkosť uhla priamky s osou x

Riešenie:

a)  $x = 8 - 2k$

$y = 1 + 4k$       $k$  patrí  $R$ ,      $k$  patrí  $R_{0+}$ ,      $k$  patrí  $\langle 0; 1 \rangle$

b)  $2x + y - 17 = 0$

c)  $y = -2x + 17$

g)  $S = A+B/2 = [7; 3]$

os o: normálový =  $(-2; 4)$       $x - 2y - 1 = 0$

h) vektory:  $(-1; 2)$  a  $(1; 0)$      uhol:  $\cos \alpha = |-1/\sqrt{5}|$

14. Zistite uhol dvoch vektorov:  $\vec{a} = (3; 1)$       $\vec{b} = (-2; 3)$

15. Zistite uhol dvoch priamok zadaných bodom a smerovým vektorom:

priamka a:      $A = [6; -1]$       $\vec{u} = (3; 1)$

priamka b:      $B = [2; 2]$       $\vec{v} = (-2; 3)$

16. Aký je rozdiel medzi uhlom vektorov a uhlom priamok, ktoré majú tieto smerové vektory?

17. Tri z uvedených bodov ležia na jednej priamke. Ktorý bod na nej neleží?     (fri 2016/47)

$A[1; 3]$       $B[-1; -6]$       $C[0; -3]$       $D[-2; -15]$

18. Určte smernicu priamky, ktorá prechádza bodmi  $A [3; 0]$  a  $B [4; 2]$ .     (2010/4)

Riešenie:  $k = 2$

19. Dané sú body  $A [2; 2]$  a  $B [4; 10]$ . Určte smernicu osi úsečky AB.     (2014/25)

(A) -4     (B)  $-\frac{1}{4}$      (C)  $\frac{1}{4}$      (D) 4     (E)  $\frac{27}{4}$

Riešenie: B

20. Ktorá z uvedených priamok je kolmá na priamku  $p: 2x - 3y - 8 = 0$ ?     (fri 2016/48)

(A)  $a: 2x - 3y + 3 = 0$      (B)  $b: 2x + 3y - 3 = 0$   
(C)  $c: 3x + 2y - 2 = 0$      (D)  $d: 3x - 2y + 2 = 0$

21. V trojuholníku ABC výška na stranu  $a$  leží na priamke určenej rovnicou  $4x + 5y + 7 = 0$ . Stred strany  $a$  je bod  $S [5; 2]$ . Určte všeobecnú rovnicu priamky, na ktorej leží strana  $a$  trojuholníka ABC.     (2012/26)

(A)  $4x + 5y = 0$      (B)  $4x + 5y - 30 = 0$   
(C)  $5x + 4y - 33 = 0$      (D)  $5x - 4y - 17 = 0$   
(E)  $5x - 4y + 10 = 0$

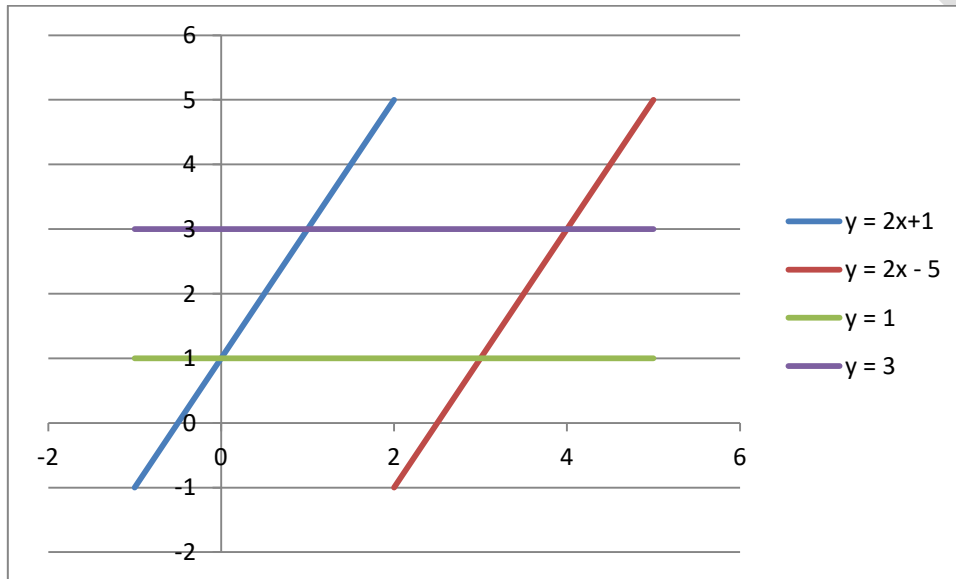
Riešenie: D

22. Daná je priamka, ktorá prechádza bodmi A  $[-3; 22]$  a B  $[33; -2]$ . Určte počet všetkých bodov tejto priamky, ktorých obidve súradnice sú kladné celé čísla. (2011/30)

- (A) 3                      (B) 5                      (C) 7                      (D) 9                      (E) 11

23. Daná je priamka  $p$  určená rovnicou  $y = \frac{7}{2}x + 2012$ . Vypočítajte v stupňoch veľkosť uhla priamky  $p$  s osou  $y$ . (2012/10)

24. Dva páry rovnobežných priamok sú určené rovnicami  $y = 2x + 1$ ,  $y = 2x - 5$  a  $y = 1$ ,  $y = 3$ . Vypočítajte obsah rovnobežníka, ktorý ohraničujú tieto štyri priamky. (2010/13)



Riešenie: 3

25. Dané sú priamky určené rovnicami  $2x + 3y - 18 = 0$  a  $3x - y - 5 = 0$ . Určte vzdialenosť priesečníka daných priamok od začiatku súradnicovej sústavy  $[0;0]$ . (2011/15)

26. Body A  $[-2; 6]$  a B  $[-4; -2]$  sú vrcholy rovnobežníka ABCD, ktorého uhlopriečky sa pretínajú v bode S  $[0; 0]$ . Určte súradnice vrcholov C a D. Do odpoved'ového hárka zapíšte aritmetický priemer všetkých súradníc bodov C a D. (2009/17)

27. Bod A je priesečník troch rovín  $\alpha : 3x + y + z = -12$ ,  $\beta : 7x - y - z = 2$  a  $\gamma : z = 0$ . Nájdite súradnice bodu A. Do odpoved'ového hárku napíšte súčet súradníc bodu A. (2008A/17)

28. Vypočítajte vzdialenosť bodu A $[0;1]$  od priamky  $3x - 4y + 2 = 0$ . (2008A/21, 2008B/28)

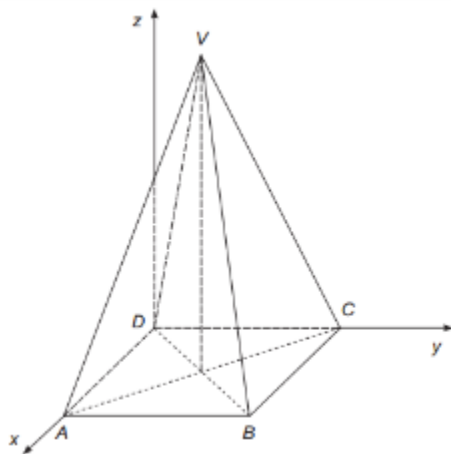
- (A)  $\frac{1}{5}$                       (B)  $\frac{2}{5}$                       (C)  $\frac{3}{5}$                       (D)  $\frac{4}{5}$                       (E) 1

29. Ktorá z nasledujúcich priamok je kolmá na priamku  $2x + y + 1 = 0$  a prechádza bodom A $[4; 0]$ . (2008B/25)

- (A)  $y = -\frac{1}{2}x + 2$                       (B)  $y = \frac{1}{2}x - 2$   
 (C)  $y = -2x + 8$                       (D)  $y = 2x - 8$

$$(E) y = \frac{1}{2}x + 2$$

30. Pre akú hodnotu  $a$  sú priamky  $p : ax - 6y + 2 = 0$  a  $q : 3x + 8y + a = 0$  navzájom kolmé?  
(2005A/11)
31. Jednu základňu lichobežníka ABCD tvoria body A[2 ; 4] a B[3 ; 6], druhú body C[1; 5] a D[e ; f]. Určte číslo e, ak viete, že  $\overrightarrow{DC} = 2 \cdot \overrightarrow{AB}$ .  
(2005A/16)
32. Akú veľkosť má uhol priamky  $p : x = 1 + t, y = -2 + t, z = 2 - t$  ( $t \in \mathbb{R}$ ) a roviny  $x - y - z - 7 = 0$ ?  
Výsledok uveďte s presnosťou na celé stupne.  
(2005A/18)
33. Priamka  $p$  je daná predpisom  $y = \frac{1}{2}x - 1$ . Priamka  $q$  je kolmá na priamku  $p$  a prechádza bodom A[1; 5]. Určte y-ovú súradnicu bodu, ktorý je priesečníkom priamky  $q$  s osou  $y$ .  
(2017/16)
34. Daná je kocka ABCDEFGH, jej hrany AB, CD ležia na priamkach  $p, q$  určených rovnicami  $p: 3x + 4y + 4 = 0, q: 3x + 4y + 14 = 0$ . Aký objem má táto kocka?  
(fri 2016/49)  
(A) 8                      (B) 28                      (C) 100                      (D) 1000
35. Pravidelný ihlan ABCDV so štvorcovou podstavou je umiestnený v súradnicovej sústave tak, ako znázorňuje obrázok. Vrchol ihlana má súradnice V [2; 2; 6]. Určte vzdialenosť vrcholu D od stredy úsečky VB.  
(2014/28)  
(A)  $3\sqrt{3}$                       (B)  $4\sqrt{2}$                       (C)  $2\sqrt{11}$                       (D)  $\sqrt{11}$                       (E)  $2\sqrt{12}$



Riešenie:

$$d = 3\sqrt{3}$$

---

## KRUŽNICA

---

36. Kružnica opísaná pravouhlému trojuholníku je určená rovnicou  $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0$ .  
Určte dĺžku prepony pravouhlého trojuholníka. (2014/18)

37. Vypočítajte polomer kružnice k určenej rovnicou  $x^2 + y^2 - 24x + 10y = 0$ . (2013/4)

*Výsledok: 13*

38. Určte všetky  $p \in \mathbb{R}$ , pre ktoré kružnica  $k : (x - 4)^2 + (y - 1)^2 = 17 - p$  má aspoň jeden spoločný bod s osou  $x$ , ale nemá spoločný bod s osou  $y$ . (2012/23)

(A)  $p \in \langle 1; 4 \rangle$       (B)  $p \in \langle 1; 16 \rangle$       (C)  $p \in \langle 0; 17 \rangle$       (D)  $p \in \langle 1; 16 \rangle$       (E)  $p \in \langle 1; 16 \rangle$

Riešenie: B

39. Určte kladnú hodnotu koeficientu  $q$ , pre ktorú má priamka daná rovnicou  $y = 2x + q$  a kružnica určená rovnicou  $x^2 + y^2 = 5$  práve jeden spoločný bod. (2010/18)

Riešenie: 5

40. Určte hodnoty koeficientov  $a, b \in \mathbb{R}$  tak, aby kružnica určená rovnicou  $x^2 + y^2 + ax + by = 0$  prechádzala bodmi A  $[-2; 0]$  a B  $[1; -1]$ . Do odpovedového hárka zapíšte súčet koeficientov  $a + b$ . (2009/3)

41. Daná je priamka  $p: y = c$  a kružnica  $k: x^2 + y^2 - 4 = 0$ . Určte všetky hodnoty parametra  $c \in \mathbb{R}$ , pre ktoré nemá priamka  $p$  a kružnica  $k$  spoločný bod. (2008A/30)

(A)  $c \in (2; \infty)$       (B)  $c \in (-\infty; 2)$   
(C)  $c \in (-\infty; -2) \cup (2; \infty)$       (D)  $c \in (-2; 2)$       (E)  $c \in \{-2; 2\}$

Riešenie: C

42. Aká je vzájomná poloha kružníc  $k : x^2 + y^2 = 625$  a  $m : (x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 400$ ? (2004A/9)

- (A) Kružnice  $k, m$  majú dva spoločné body.
- (B) Kružnica  $m$  sa dotýka zvnútra kružnice  $k$ .
- (C) Kružnica  $k$  sa dotýka zvnútra kružnice  $m$ .
- (D) Kružnice  $k$  a  $m$  sa dotýkajú zvonku.
- (E) Kružnice  $k, m$  nemajú spoločné body.

43. Rozhodnite o vzájomnej polohe priamky  $p: x + 2 = 0$  a kružnice  $k: x^2 + y^2 - 10x + 2y + 17 = 0$ .

2015/27

- (A) Priamka  $p$  je nesečnica kružnice  $k$ .
- (B) Priamka  $p$  je dotyčnica kružnice  $k$ , rovnobežná s osou  $x$ .
- (C) Priamka  $p$  je dotyčnica kružnice  $k$ , rovnobežná s osou  $y$ .
- (D) Priamka  $p$  je sečnica kružnice  $k$ , rovnobežná s osou  $x$ .
- (E) Priamka  $p$  je sečnica kružnice  $k$ , rovnobežná s osou  $y$ .

44. Akú dĺžku má tetiva, ktorú na kružnici  $p: x^2 + y^2 = 20$  vytne priamka s rovnicou  $y = -\frac{x}{2}$ ? (fri 2016/50)

(A)  $2\sqrt{5}$

(B)  $4\sqrt{5}$

(C)  $10\sqrt{2}$

(D)  $5\sqrt{2}$

45. Daná je kružnica  $k: x^2 + y^2 = 9$  a priamka  $p: y = 2x + 7$ . Na kružnici  $k$  leží bod  $A$  a na priamke  $p$  bod  $B$ . Nájdite polohu bodov  $A$  a  $B$  tak, aby bola úsečka  $AB$  najkratšia možná.

Zistite dĺžku tejto úsečky.

(2019/20)

Riešenie: 0,13