

ZBIERKA ÚLOH Z EXTERNEJ MATURITY

Obsah

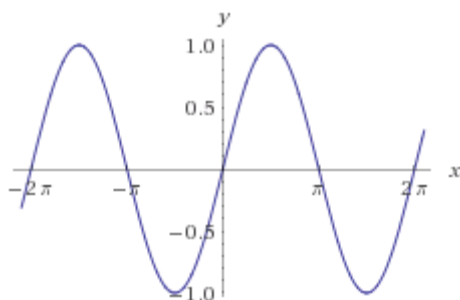
Zbierka úloh z externej maturity	1
7. Goniometrické funkcie a rovnice	2
Graf goniometrickej funkcie.....	2
Goniometrické rovnice.....	4

7. GONIOMETRICKÉ FUNKCIE A ROVNICE

GRAF GONIOMETRICKEJ FUNKCIE

1. Zobraz grafy:

SÍNUS



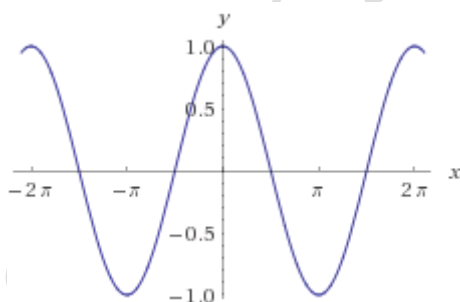
$$f: y = 3 \cdot \sin x$$

$$h: y = \sin x + 2$$

$$g: y = \sin(x - \pi)$$

$$k: y = -2 \cdot \sin(x - \pi) + 1$$

KOSÍNUS



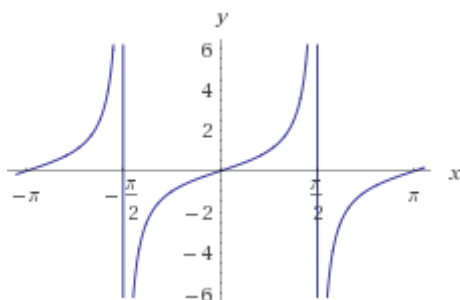
$$f: y = 3 \cdot \cos x$$

$$h: y = \cos x + 2$$

$$g: y = \cos(x - \pi)$$

$$k: y = -2 \cdot \cos(x + \pi) + 1$$

TANGENS



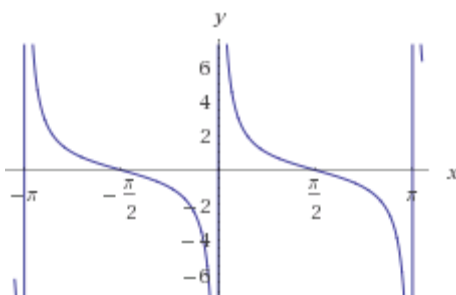
$$f: y = 3 \cdot \operatorname{tg} x$$

$$h: y = \operatorname{tg} x + 2$$

$$g: y = \operatorname{tg}(x - \pi)$$

$$k: y = -2 \cdot \operatorname{tg}(x + \pi) + 1$$

KOTANGENS



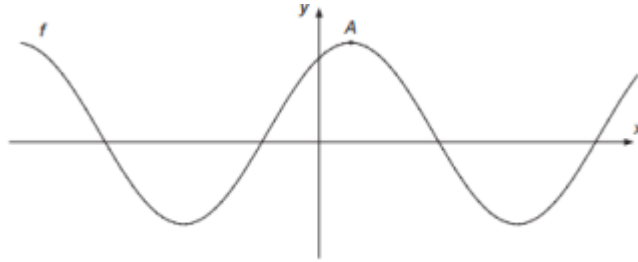
$$f: y = 3 \cdot \cot g x$$

$$g: y = \cot g (x - \pi)$$

$$h: y = \cot g x + 2$$

$$k: y = -2 \cdot \cot g (x + \pi) + 1$$

2. Kružnicu k so stredom O v začiatku súradnicovej sústavy a polomerom $r = 2$ budeme volať „dvojková kružnica“. Vyznačme na dvojkovej kružnici bod R tak, aby polpriamka OR zvierala s kladnou časťou osi x uhol 60° . Akú hodnotu má y -ová súradnica bodu R ? (fri 2016/26)
- (A) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (C) 1 (D) $\sqrt{3}$
3. Graf funkcie $y = -\sin x$ je obrazom funkcie $y = \cos x$ (fri 2017/30)
- (A) v osovej súmernosti podľa osi y
 (B) v osovej súmernosti podľa osi x
 (C) v stredovej súmernosti podľa bodu $[0; 0]$
 (D) v posunutí o vektor $\vec{u} = \left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$
4. Rovnica $\cos x + \cos(-x) = -1$ na intervale $(0; 2\pi)$ (fri 2017/21)
- (A) nemá korene
 (B) má jeden koreň
 (C) má dva koreň, ktorých súčet je π
 (D) má dva korene, ktorých súčet je 2π
5. Akú rovnicu má funkcia g , ktorá je súmerná s funkciou $f: y = \cos x + 1$ podľa osi $y = 1$? (fri 2016/29)
- (A) $y = \cos x - 1$ (B) $y = \cos x + 2$
 (C) $y = -\cos x - 1$ (D) $y = -\cos x + 1$
6. Na obrázku je zobrazená časť grafu funkcie $f: y = 3 - \sin(x + 65^\circ)$ a bod A , v ktorom graf funkcie f prvýkrát nadobúda maximum na množine kladných reálnych čísel. Určite v stupňoch x -ovú súradnicu bodu A . (2015/9)



7. Dané sú funkcie f_1 až f_5 : (2014/30)

$$f_1: y = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$f_2: y = -\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$f_3: y = -\cos\left(x - \frac{3\pi}{2}\right)$$

$$f_4: y = -\cos\left(x + \frac{3\pi}{2}\right)$$

$$f_5: y = -\sin(-x)$$

Štyri z piatich daných funkcií f_1 až f_5 majú po zakreslení do jednej súradnicovej sústavy totožný, navzájom sa prekrývajúci graf. Odlišný graf má funkcia:

(A) f_1

(B) f_2

(C) f_3

(D) f_4

(E) f_5

Výsledok: D

GONIOMETRICKÉ ROVNICE

8. Určte počet koreňov rovnice $\sin x = \frac{1}{2}$ patriacich do intervalu $(-570^\circ; 570^\circ)$. (2013/21)

(A) 3

(B) 4

(C) 5

(D) 6

(E) 7

Výsledok: D

9. Vypočítajte v stupňoch súčet všetkých koreňov rovnice $\cos x = 1/2$ z intervalu $(0^\circ; 540^\circ)$. (2015/17)

10. Určte korene rovnice $\sin 2x = \sin x$ z intervalu $x \in (0^\circ; 360^\circ)$. Do odpovedového hárka zapíšte v stupňoch súčet všetkých koreňov tejto rovnice z daného intervalu. (2012/19)

11. Určte korene rovnice $\cos x = \cos 12^\circ$ z intervalu $(-90^\circ; 360^\circ)$. Do odpovedového hárka zapíšte súčet koreňov tejto rovnice z daného intervalu. (2011/10)

12. Pre aké a, b majú rovnice riešenie?

$$a. \sin x + b = 0$$

$$a. \cos x = b$$

$$a. \operatorname{tg} x + b = 0$$

$$a. \operatorname{cotg} x = b$$

13. Určte najmenšie prirodzené číslo p , pre ktoré rovnica $2 \sin x = p$ nemá riešenie. (2010/7)

Riešenie: 3

14. Koľko priesečníkov má graf funkcie $f: y = \sin(2x)$ s osou x na intervale $(0; 3\pi)$? (2009/24)

(A) 7

(B) 6

(C) 5

(D) 3

(E) 2

15. Vyplňte tabuľku. Označte, či príslušná funkcia má danú vlastnosť alebo nie:

	sin x	cos x	tg x	cotg x
periodická				
perióda π				
perióda 2π				
zhora ohraničená				
zdola ohraničená				
ohraničená				
má minimum				
má maximum				
rastúca				
klesajúca				
monotónna				
párna				
nepárna				

16. Ktoré z uvedených tvrdení o funkcii $f: y = \cos x$ je nepravdivé?

- (A) je klesajúca na intervale $(0, \pi)$ (B) je zdola ohraničená
 (C) je periodická (D) je nepárna
 (E) je zhora ohraničená

17. Ktoré z uvedených tvrdení o funkcii $f: y = \cotg x$ je nepravdivé?

- (A) nie je zhora ohraničená (B) je periodická
 (C) je klesajúca (D) nie je zdola ohraničená
 (E) je párna

18. Daná je funkcia $f: y = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) - 3$. Funkcia g , ktorej graf je súmerný s grafom funkcie f podľa začiatku súradnicovej sústavy, je určená rovnicou. (2009/30)

- (A) $y = -\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + 3$ (B) $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + 3$
 (C) $y = -\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + 3$ (D) $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - 3$
 (E) $y = -\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) - 3$

19. Aký obor hodnôt budú mať funkcie?

a) $f: y = \sin(2x)$

b) $g: y = \cos\left(\frac{x}{3}\right)$

c) $h: y = \frac{\sin x}{5}$

d) $k: y = -2 \cdot \sin(x) + 7$

e) $m: y = 5 - \cos(x + \pi)$

20. Zapiš obor hodnôt nasledujúcich funkcií:

a) $f: y = \sin(ax)$

b) $f: y = b \cdot \sin(x)$

c) $f: y = \cos x + c$

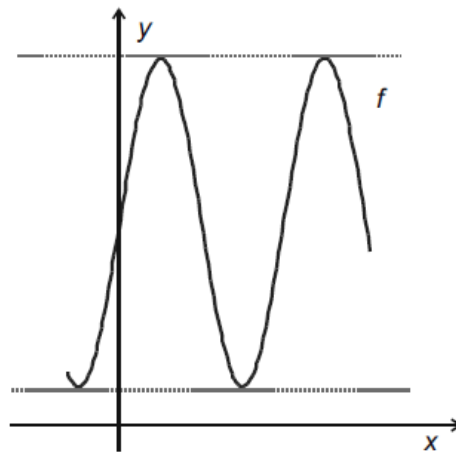
d) $f: y = -d \cdot \cos(x)$

e) $f: y = a \cdot \sin(bx + c) - d$

21. Na obrázku je načrtnutý graf funkcie $f: y = a \cdot \sin(2x) + b$. Jej obor hodnôt je interval $\langle 1; 7 \rangle$.

Vypočítajte hodnotu čísla b .

(2008A/7, 2008B/9)



22. Funkcia $f: y = 1 - (\cos x - \sin x)^2$ má pre každé $x \in \mathbb{R}$ rovnakú hodnotu ako funkcia (2005A/27)

(A) $y = 1 - \cos x$

(B) $y = \cos 2x$

(C) $y = \sin x$

(D) $y = 1 - \sin x$

(E) $y = \sin 2x$

23. Ak predpis funkcie $f: y = \frac{1-tg^2}{1+tg^2}$, pričom $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$, vyjadríme pomocou $t = \cos x$,

dostaneme $y =$

(2004A/8)

(A) $\frac{1-t^2}{1+t^2}$

(B) $\frac{t^2}{2-t^2}$

(C) $\frac{1}{2t^2-1}$

(D) $1 - 2t^2$

(E) $2t^2 - 1$