

ZBIERKA ÚLOH Z EXTERNEJ MATURITY

Obsah

Zbierka úloh z externej maturity	1
7. Funkcie	2
Kvadratické funkcie, rovnice a nerovnice	2

7. FUNKCIE

KVADRATICKÉ FUNKCIE, ROVNICE A NEROVNICE

1. Zobraz grafy funkcií:

$$f: y = 3x^2$$

$$g: y = (x - 4)^2$$

$$h: y = -x^2 + 5$$

$$k: y = -2 \cdot (x - 4)^2 + 1$$

2. Daná je funkcia:

a) $f: y = x^2 + 2x - 15$

b) $f: y = -x^2 + 4x - 4$

c) $f: y = -x^2 + 5x - 7$

- určte priesečníky
- určte $D(f)$, $H(f)$
- určte vrchol paraboly
- načrtnite graf
- pre ktoré $x \in D(f)$ je $f(x) > 0$, resp. $f(x) \leq 0$

3. Vyriešte kvadratické rovnice bez lineárneho člena. Načrtnite príslušné grafy. Koľko majú priesečníkov s osou x ? Čo majú všetky grafy spoločné?

a) $x^2 - 9 = 0$

b) $x^2 + 5 = 0$

c) $9x^2 - 16 = 0$

d) $-9x^2 + 1 = 0$

e) $x^2 + 59 = 0$

f) $-25x^2 - 1 = 0$

g) $9x^2 + 16 = 0$

h) $-4x^2 + 1 = 0$

4. Vyriešte kvadratické rovnice bez absolútneho člena.

- Načrtnite príslušné grafy.
- Koľko majú priesečníkov s osou x ?
- Čo majú všetky grafy spoločné?

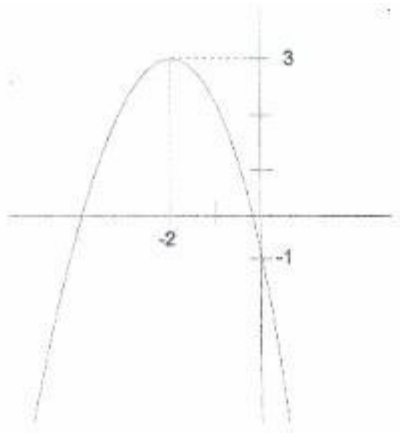
a) $x^2 - 2x = 0$

b) $3 \cdot x^2 + 0,5x = 0$

c) $-0,8x^2 + 0,4x = 0$

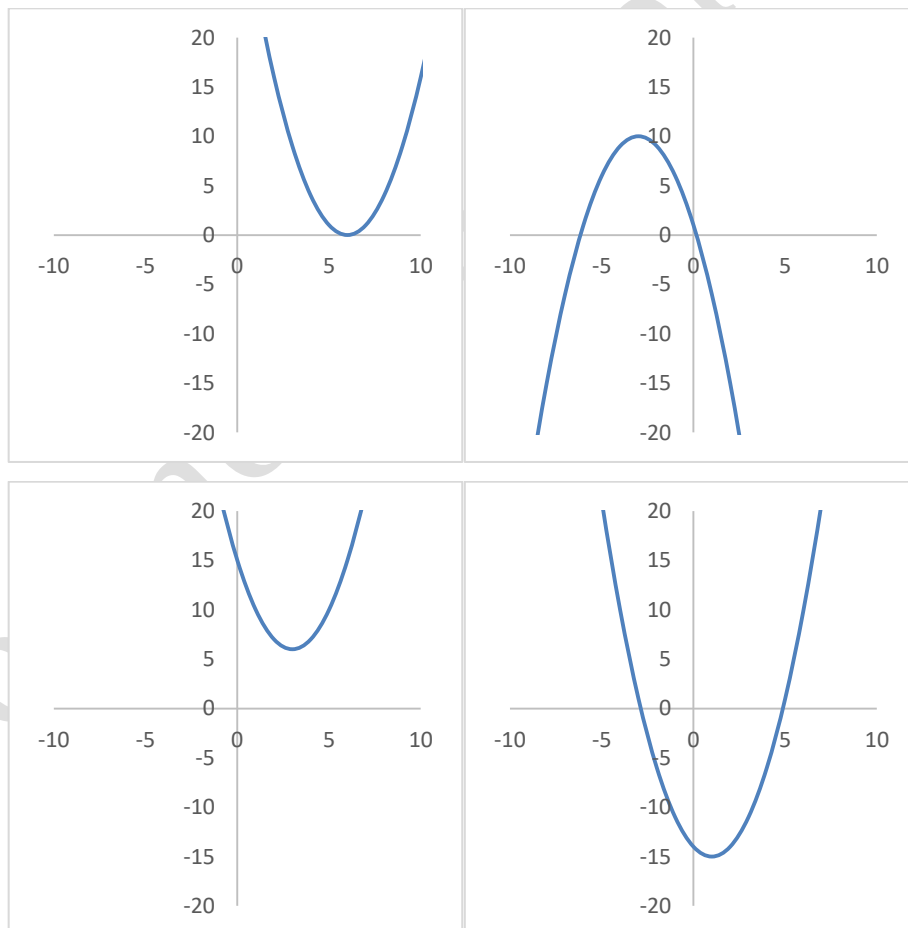
d) $-4x^2 - \frac{1}{3}x = 0$

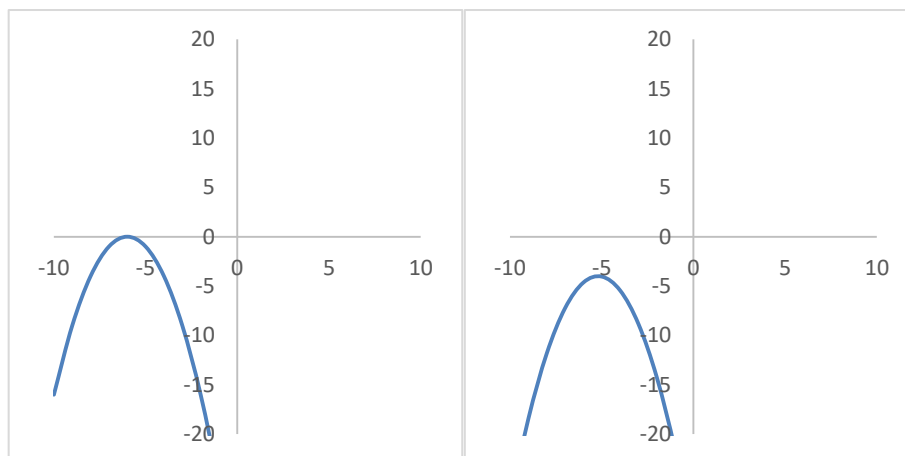
5. Akú rovnicu má funkcia, ktorej grafom je parabola na obrázku?



6. Koľko riešení majú rovnice, ktorých príslušné grafy sú na obrázkoch?

- Čo možno povedať o parametroch a , c v týchto kvadratických funkciách?
- Čo platí pre počty riešení príslušných kvadratických rovníc?

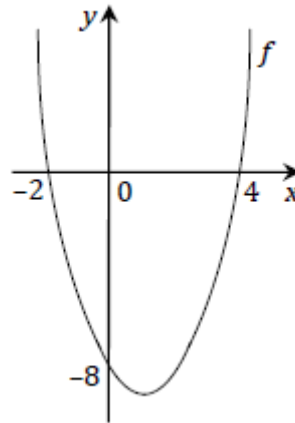




7. O kvadratickej funkcii vieme, že je súmerná podľa osi $x = 2$. Obor hodnôt je $\langle -5; \infty \rangle$. Ktoré z nasledujúcich tvrdení je pravdivé?
- Funkcia je párna.
 - Parabola má vrchol v bode $[-2; -5]$.
 - Parameter a v kvadratickej funkcii je kladný.
 - Funkcia je ohraničená.
8. O kvadratickej funkcii vieme, že priesečník grafu s osou y má súradnice $[0; -7]$ a graf je súmerný podľa priamky $x = 1$. Na intervale od $(0; 1)$ je funkcia rastúca. Koľko priesečníkov má graf funkcie s osou x ?
9. Parabola grafu kvadratickej funkcie $f: y = x^2 + 2x - 15$ má s osou y priesečník v bode A. Aké súradnice má bod, ktorý je súmerne združený s bodom A podľa osi paraboly?
10. Uhádnite korene rovníc s využitím Vietových vzťahov.
- | | |
|--------------------------|-------------------------|
| a) $x^2 + 11x + 30 = 0$ | g) $x^2 - x - 12 = 0$ |
| b) $x^2 + 41x - 371 = 0$ | h) $x^2 - 4.5x - 5 = 0$ |
| c) $x^2 - 133x = 0$ | i) $2x^2 + 3x - 2 = 0$ |
| d) $2x^2 - x - 6 = 0$ | j) $x^2 - 7x + 12 = 0$ |
| e) $x^2 + 2x - 8 = 0$ | k) $x^2 - 7x + 10 = 0$ |
11. Rozložte trojčleny na súčin:
- | | |
|----------------------|--------------------------|
| a) $x^2 + x - 30$ | b) $x^2 + 3x$ |
| c) $9x^2 + 12x + 4$ | d) $100x^2 - 110x - 126$ |
| e) $1 - 6400x^2$ | f) $-x^2 + x - 3$ |
| g) $3x^2 + 16x + 51$ | |
12. Určte číslo t tak, aby jeden koreň rovnice
- | | |
|-----------------------|---------------|
| a) $x^2 + tx + 4 = 0$ | bol $x_x = 4$ |
|-----------------------|---------------|

- b) $x^2 - 5x + t = 0$ bol $x_x = 3$
 c) $tx^2 - 15x + 7 = 0$ bol $x_x = 7$

13. Kvadratické funkcie f a g majú rovnaké priesečníky s osou x a nadobúdajú minimum v tom istom bode. Na obrázku je graf funkcie f . Graf funkcie g pretína os y v bode -4 . Aký predpis má funkcia g ? (fri 2017/27)



- (A) $y = 2(x - 2)(x + 4)$ (B) $y = 0,5(x - 2)(x + 4)$
 (C) $y = 2(x + 2)(x - 4)$ (D) $y = 0,5(x + 2)(x - 4)$

14. Daná je funkcia $f: y = \frac{1}{x^2 - 4x - 5}$. Číslo $-\frac{1}{8}$ je funkčnou hodnotou funkcie f pre (fri 2016/19)

- (A) dve hodnoty x , ktorých súčet je 4
 (B) dve hodnoty x , ktorých súčet je -4
 (C) dve hodnoty x , ktorých rozdiel je 3
 (D) jednu hodnotu x z intervalu $(-1; 0)$

15. Koľko usporiadaných dvojíc $[x; y]$ je riešením sústavy rovníc (fri 2016/22)

$$(x - 2) \cdot (y - 3) = 8$$

$$(x - 2) \cdot (y^2 - 9) = 16$$

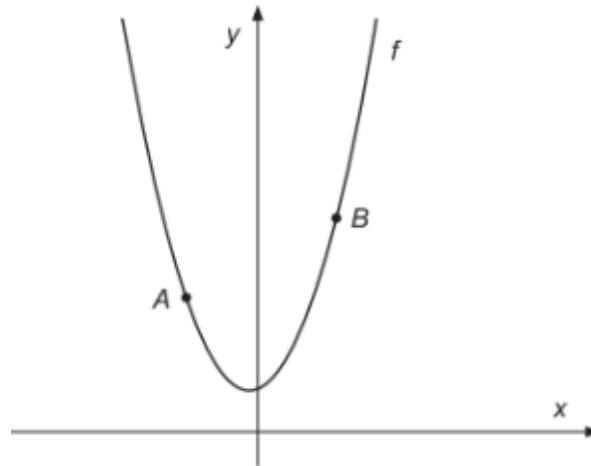
- (A) nekonečne veľa
 (B) dve
 (C) jedna
 (D) ani jedna

16. Pre ktorú hodnotu parametra $p \in R$ má rovnica $(x + p) \cdot (2x - 1) = 0$ dvojnásobný koreň? (fri 2016/24)

- (A) $p = 2$ (B) $p = \frac{1}{2}$
 (C) $p = -\frac{1}{2}$ (D) $p = -2$

17. Kvadratická funkcia je daná tromi bodmi **A**: $[0,-8]$, **B**: $[1,-15]$, **C**: $[-1,-3]$. Určte rovnicu kvadratickej funkcie, zostrojte jej graf a určte vlastnosti tejto funkcie.

18. Na obrázku je časť grafu funkcie $f: y = x^2 + \frac{1}{3}x + 1$. Určte vzdialenosť bodov $A[-1; f(-1)]$ a $B[2; f(2)]$. (2016/9)

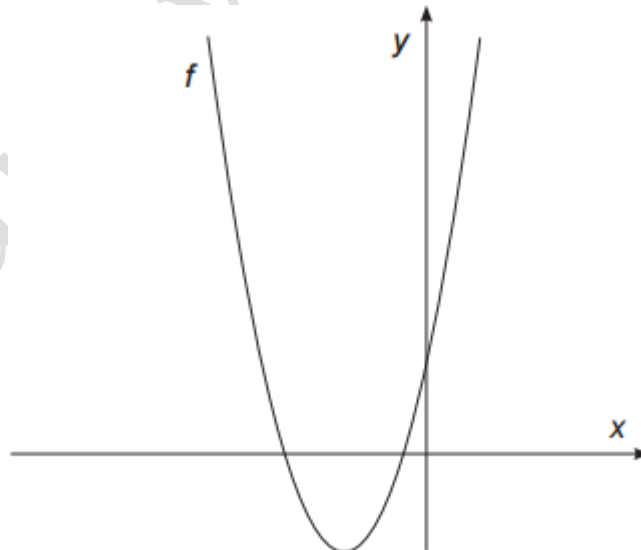


19. Ktorý z bodov je vrcholom paraboly $y = 2x^2 - 6x + 1$? (2019/21)

- (A) $[0; 1]$ (B) $[\frac{3}{2}; \frac{13}{4}]$ (C) $[\frac{3}{2}; -\frac{5}{4}]$ (D) $[\frac{3}{2}; -\frac{7}{2}]$ (E) $[2; -3]$

20. Daná je kvadratická funkcia $f: y = 2x^2 + bx + 8$, kde b je prirodzené číslo. Určte najmenšie číslo b , pre ktoré vrchol paraboly (grafu funkcie f) bude ležať pod osou x (pozrite obrázok).

(2015/26)



21. Graf funkcie $f: y = x^2 + 2x - 3$ má dva priesečníky s osou x . Určte vzdialenosť týchto priesečníkov. (2014/8)

Riešenie: 4

22. Určte súradnice bodov, v ktorých sa pretínajú grafy funkcií $f(x) = x^2 + 3x - 20$ a $g(x) = x - 5$. Súčet všetkých súradníc je ...

Riešenie: 20

23. Určte súradnice bodov, v ktorých sa pretínajú grafy funkcií $f(x) = x^2 + 2x - 14$ a $g(x) = x - 2$. Najväčšia zo súradníc priesečníkov grafov funkcií je (2013/24)
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6.

Riešenie: D

24. Grafom kvadratickej funkcie $f: y = x^2 + 9x + 50$ je parabola s vrcholom $V [v_1; v_2]$. Vypočítajte súradnicu v_2 vrcholu paraboly.

25. Grafom kvadratickej funkcie $f: y = x^2 + 7x + 6$ je parabola s vrcholom $V [v_1; v_2]$. Vypočítajte súradnicu v_2 vrcholu paraboly. (2012/7)

Výsledok: $v_1 = -3,5$ $v_2 = -6,25$

26. Určte reálne čísla a, b tak, aby kvadratická rovnica $ax^2 + bx - 2 = 0$ mala korene -2 a $\frac{1}{2}$. (2012/24)

(A) $a = 12, b = 9$

(B) $a = 2, b = -3$

(C) $a = 2, b = 3$

(D) $a = -2, b = 3$

(E) $a = -2, b = -3$

27. Určte reálne číslo c tak, aby číslo 4 bolo koreňom rovnice $3x^2 - 2x + c = 0$. (2011/7)

28. Daná je kvadratická funkcia $f: y = -3x^2 + 4x + c$ s neznámym koeficientom c . Určte najmenšie celé číslo c , pre ktoré graf funkcie f pretína x -ovú os v dvoch rôznych bodoch. (2010/20)

Riešenie: $c = -1$

29. Určte hodnotu koeficienta b tak, aby jeden z koreňov rovnice $5x^2 + bx + 24 = 0$ bol $x_1 = 8$. (2009/10)

30. V rovnici $ax^2 - 8x + 4 = 0$ určte a tak, aby jedným koreňom bolo číslo $\frac{2}{3}$.

31. Rovnica $x^2 + px + 5 = 0$ má jeden koreň 2. Určte druhý koreň a koeficient člena p .

32. Určte všetky kvadratické funkcie v tvare $f: y = x^2 + bx + c$, pre ktoré platí: $f(0) = 2, f(2) = 4$.

33. Určte všetky reálne x , pre ktoré je $f(x) > g(x)$, kde $f: y = x^2 + 4x + 3$ a $g: y = x + 3$

34. Riešením nerovnice $(x - 2)^2 \leq x - 2$ v množine \mathbb{R} je interval (2008A/26)

(A) $\langle 2; \infty$

(B) $\langle 2; 3$

(C) $\langle 2; 4$

(D) $(-\infty; 2)$

(E) $(-\infty; 3)$

35. Rovnica $(x - 3)^2 = 5x + 21$ má dva korene. Vypočítajte hodnotu menšieho z nich. (2008B/10)

36. Aký absolútny člen má kvadratická rovnica, ktorej jeden koreň je rovnaký ako väčší koreň rovnice $x^2 - 5x - 14 = 0$ a druhý koreň je o 3 väčší ako menší z koreňov tejto rovnice?(fri 2017/19)
(A) 7 (B) -8 (C) -11 (D) -20
37. Posunutím grafu funkcie $f: y = 2 \cdot (x - 2)^2 + 2$ v kladnom smere osi y o 3 sme dostali graf funkcie $g: y = ax^2 + bx + c$. Určte hodnotu c . (2008B/22)
(A) 5 (B) 7 (C) 10 (D) 13 (E) 22
38. Aká je hodnota čísla a , ak viete, že množinou všetkých koreňov nerovnice $x^2 + ax - 6 < 0$ je interval $(-2; 3)$? (2005A/12)
39. Pre vhodné čísla A, B sa funkcia $y = 4x^2 + 4x - 3$ rovná funkcii $y = A \cdot (x - 1) \cdot (x + 2) + B$. Určte hodnotu čísla B . (2005A/19)

Riešenie:

$$A = 4, B = 8$$

40. Platia tieto vety?
- Graf kvadratickej funkcie je súmerný podľa osi y práve vtedy, keď $b = 0$.
 - Graf kvadratickej funkcie $y = ax^2 + bx + c$ prechádza začiatkom sústavy súradníc práve vtedy, keď $c = 0$.