

## ZBIERKA ÚLOH Z EXTERNEJ MATURITY

---

### Obsah

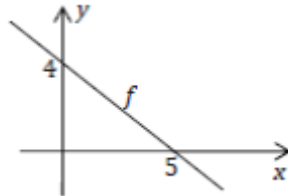
Zbierka úloh z externej maturity	1
7. Funkcie	2
Lineárne funkcie .....	2

## 7. FUNKCIE

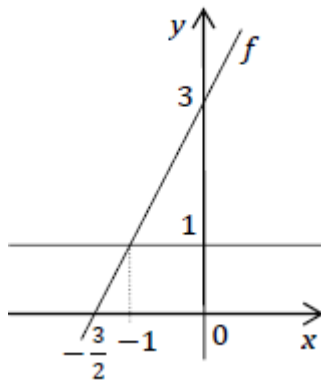
### LINEÁRNE FUNKCIE

1. Na obrázku je časť grafu lineárnej funkcie  $f(x)$ . Akú hodnotu nadobúda táto funkcia pre  $x = 20$ ? (fri 2016/31)

- (A) -8  
(B) -11  
(C) -12  
(D) -16



2. Na obrázku je graf lineárnej funkcie  $f(x)$ . Akú rovnicu má lineárna funkcia  $g(x)$ , ktorej graf je s grafom funkcie  $f(x)$  súmerný podľa priamky  $y = 1$ ? (fri 2017/26)



- (A)  $y = -2x - 1$   
(B)  $y = -2x - 2$   
(C)  $y = -2x - 3$   
(D)  $y = -x - 1$

3. Zobrazte grafy lineárnej funkcie (dve, resp. tri funkcie do jedného grafu)

f:  $y = 3x$                       g:  $y = 3x - 4$

f:  $y = -2x + 1$                 g:  $y = -2x - 3$

f:  $y = 2x$                         g:  $y = 5x$

f:  $y = \frac{1}{2}x$                       g:  $y = 0,7x$                       h:  $y = 2,8x$                       j:  $y = 8x$

f:  $y = x + 5$                     g:  $y = -2x + 1$

4. Určte predpis lineárnej funkcie, ktorej grafom je priamka prechádzajúca zadanými bodmi.

Určte  $D(f)$ ,  $H(f)$ .

a)  $A[0 ; 1]$   $B[2 ; 5]$

b) bodom 3 na x-ovej osi a bodom -6 na y-ovej osi

c)  $A[-2 ; 3]$   $B[3 ; 1]$

Riešenie:

a)  $y = 2x + 1$

b)  $y = 2x - 6$

c)  $y = -\frac{2}{5}x + \frac{11}{5}$

D(f) a H(f) je vždy R

5. Načrtnite grafy nasledujúcich funkcií a určte:

- D(f) a H(f)
- funkčnú hodnotu v bodoch: -2, 0, 10
- určte  $x \in D(f)$ , pre ktoré platí  $f(x)=1$   $f(x)=0$
- priesečníky s osami x a y
- inverznú funkciu

a)  $f: y = -2x + 3$

a)  $f: y = x - 3; H(f) = \langle -5; 5 \rangle$

b)  $f: y = \frac{2}{3}x - 4$  pre  $x \in \langle 2; 5 \rangle$

Riešenie:

a)  $f(-2) = -2 \cdot (-2) + 3 = 7$

$f(0) = -2 \cdot 0 + 3 = 3$

$f(10) = -2 \cdot 10 + 3 = -17$

$f(x) = 1 \quad 1 = -2x + 3 \quad x = 1$

$f(x) = 0 \quad 0 = -2x + 3 \quad x = \frac{3}{2}$

priesečníky: s osou x:  $\frac{3}{2}$  s osou y: 3

inverzná  $f^{-1}: y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

b)  $f: y = x - 3; H(f) = \langle -5; 5 \rangle$

najprv si určím D(f)

hranice:

$-5 = x - 3 \quad x = -2$

$5 = x - 3 \quad x = 8$

$D(f) = \langle -2; 8 \rangle$

$f(-2) = -2 - 3 = -5$

$f(0) = 0 - 3 = -3$

$f(10)$  neexistuje, lebo 10 nepatrí do D(f)

$f(x) = 1 \quad 1 = x - 3 \quad x = 4$

$f(x) = 0 \quad 0 = x - 3 \quad x = 3$

priesečníky: s osou x: 3 s osou y: -3

inverzná  $f^{-1}: y = x + 3 \quad D(f^{-1}) = \langle -5; 5 \rangle$

c)  $f: y = \frac{2}{3}x - 4$  pre  $x \in \langle 2; 5 \rangle$

$D(f) = \langle 2; 5 \rangle$

H(f) - hranice:

$y = \frac{2}{3} \cdot 2 - 4 = \frac{4 - 12}{3} = -\frac{8}{3}$

$y = \frac{2}{3} \cdot 5 - 4 = \frac{10 - 12}{3} = -\frac{2}{3}$

$f(-2) =$  neexistuje, lebo -2 nepatrí D(f)

$f(0) =$  neexistuje, lebo 0 nepatrí D(f)

$f(10) =$  neexistuje, lebo 10 nepatrí D(f)

$f(x) = 1 \quad 1 = \frac{2}{3}x - 4$

$x = 7,5$ , ale nepatrí do D(f), takže

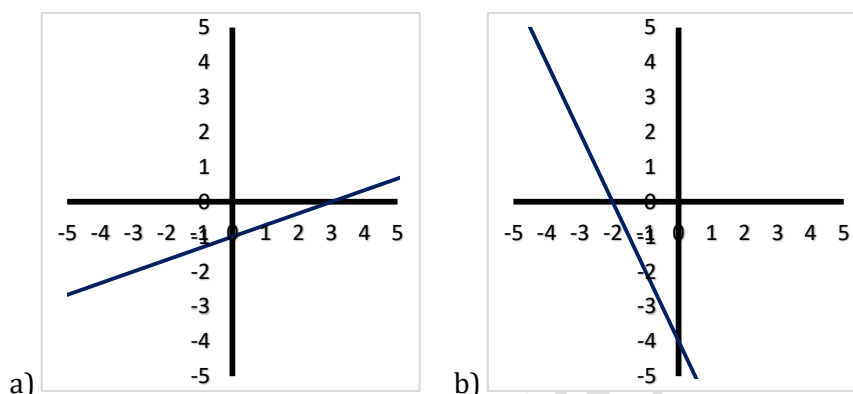
také  $x$  neexistuje

$f(x) = 0$  ale  $x = 6$  nepatrí do  $D(f)$ , takže

také  $x$  neexistuje

6. Urč lineárnu funkciu z grafu a zapíš:

- priesečníky s osami
- smernicu
- predpis funkcie



Riešenie:

Smernicu možno zistiť ako podiel rozdielu  $y$  ku rozdielu  $x$  dvoch ľubovoľných bodov, napríklad priesečníkov. Alebo ešte jednoduchšie ako podiel hodnôt, ktoré vytína priamka na osiach. priesečník s osou  $x$  má vždy  $y$ -ovú súradnicu  $0$ , a priesečník s osou  $y$  má vždy  $x$ -ovú súradnicu  $0$

a)  $X[3; 0]$   $Y[0; -1]$

smernica =  $\frac{-1-0}{0-3} = \frac{1}{3}$  kontrola: graf je rastúci, smernica je kladná

jednoduchšie: priamka vytína na osi  $y$  úsek  $1$  a na osi  $x$  úsek  $3$ , teda smernica je  $\frac{1}{3}$

a znamienko podľa rastúcnosti / klesajúcnosti

graf prechádza na osi  $y$  cez  $-1$

rovnica funkcie je:  $y = \frac{1}{3}x - 1$

b)  $X[-2; 0]$   $Y[0; -4]$

smernica:  $\frac{4}{2}$  a funkcia je klesajúca, t.j.  $-2$

rovnica funkcie je:  $y = -2x - 4$

7. Pre aké  $k$  prechádza graf funkcie  $y = k \cdot x - 7$  bodom  $A[-2; 5]$ ?

8. Načrtnite graf a nájdite predpis pre lineárnu funkciu  $f$ , ak  $D(f) = \langle 2; 6 \rangle$ ,  $H(f) = \langle -2; 0 \rangle$  a je

a) rastúca

b) klesajúca

9. Je daná funkcia  $f: y = x - 3$ . Načrtnite graf a vyjadrite predpis pre:

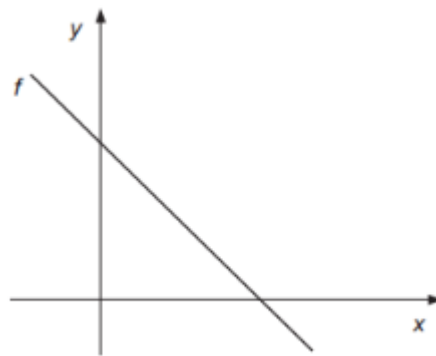
a) funkciu  $g$  súmernú s funkciou  $f$  podľa osi  $x$

- b) funkciu  $h$  súmernú s funkciou  $f$  podľa osi  $y$
- c) funkciu  $j$  súmernú s funkciou  $f$  podľa osi prvého a tretieho kvadrantu
- d) funkciu  $k$  stredovo súmernú s funkciou  $f$  podľa počiatku súradnicovej sústavy

10. Uved'te príklady lineárnych funkcií, pre ktoré platí:

- a) Graf funkcie  $f$  a graf funkcie  $f^{-1}(x)$ , ktoré sú zostrojené v tej istej súradnicovej sústave majú práve jeden spoločný bod.
- b) Graf funkcie  $f$  a graf funkcie  $f^{-1}(x)$ , ktoré sú zostrojené v tej istej súradnicovej sústave nemajú žiaden spoločný bod

11. Určte hodnoty reálnych čísel  $a, b$  v predpise funkcie  $f: y = ax + b$  tak, aby graf funkcie  $f$  a súradnicové osi  $x$  a  $y$  určovali rovnoramenný pravouhlý trojuholník (pozrite obrázok) s obsahom 8. Do odpoveďového hárka zapíšte súčet  $a + b$ . (2014/19)



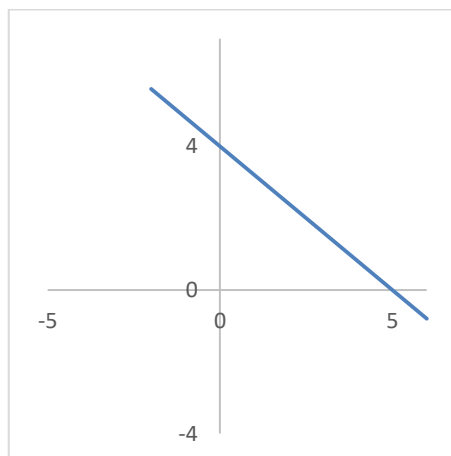
Riešenie:

trojuholník je rovnoramenný, takže smernica je  $-1$

$$S = 8 \quad S = \frac{x \cdot x}{2} \quad x = 4$$

$$y = x = 4 \quad y = -x + 4 \quad \text{Výsledok: súčet } a + b = -1 + 4 = 3$$

12. Na obrázku je graf lineárnej funkcie  $f(x)$ . Aká je hodnota  $f(-6)$ ?

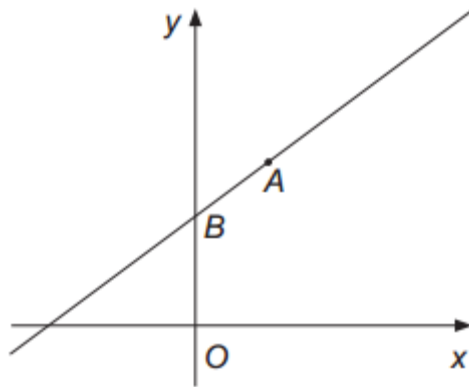


13. Bod  $K[2 ; 5]$  patrí grafu lineárnej funkcie, ktorá má smernicu 3. Bod  $L[3 ; ?]$  tiež patrí tomuto grafu . Aká je druhá súradnica bodu  $L$ ?

Riešenie: 8

14. Graf lineárnej funkcie má smernicu 2, prechádza bodom  $A[2;8]$  a súradnicovú os  $y$  pretína v bode  $B$  (pozrite obrázok). Určte vzdialenosť bodu  $B$  od začiatku súradnicovej sústavy  $O[0;0]$ .

(2013/9)



Riešenie: 4

15. Graf lineárnej funkcie  $f$  má smernicu  $k = 0,4$  a pretína os  $y$  v bode  $[0 ; - 4]$ . Nech  $g$  je inverzná funkcia k funkcii  $f$ . Zistite súradnice bodu  $A[x_A; y_A]$ , v ktorom graf funkcie  $g$  pretína os  $y$ .

(2004A/24)

Riešenie: 10