

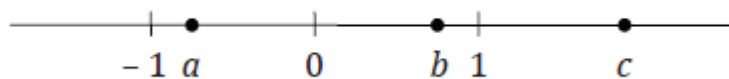
ZBIERKA ÚLOH Z EXTERNEJ MATURITY

Obsah

Zbierka úloh z externej maturity	1
5. Teória čísel, Deliteľnosť	2
Zaokrúhľovanie	3
Mocniny	3
Deliteľnosť.....	4
Slovné úlohy na deliteľnosť	5

5. TEÓRIA ČÍSEL, DELITEĽNOSŤ

1. Budeme hovoriť, že prirodzené číslo je usporiadané, ak má túto vlastnosť: každá jeho číslica je väčšia ako všetky číslice naľavo od nej. Napríklad čísla 278 a 1679 sú usporiadané, naopak číslo 63 ani číslo 2446 nie je usporiadané. Ktoré z nasledujúcich tvrdení o usporiadaných číslach je pravdivé? (Fri 2016/72)
(A) Žiadne usporiadané číslo neobsahuje číslicu 0.
(B) Súčet dvoch usporiadaných čísel je usporiadané číslo.
(C) Ak je nejaké číslo usporiadané, aj číslo o 1 väčšie je usporiadané.
(D) Existuje 10-ciferné usporiadané číslo.
2. V trojcifernom čísle je počet desiatok o štyri väčší ako počet jednotiek. Ak v tomto čísle vymeníme posledné dve cifry a získané číslo sčítame s pôvodným číslom, dostaneme súčet 310. Určte pôvodné trojciferné číslo. (2012/16)
3. Nahradte vo štvorcifernom čísle $A37B$ písmená A a B číslicami tak, aby z čísla $A37B$ vzniklo najväčšie číslo deliteľné číslom 12. Zistite a zapíšte do odpovedového hárka toto štvorciferné číslo. (Ak je číslo deliteľné číslom 3 a zároveň číslom 4, tak je deliteľné aj číslom 12.) (2014/7)
4. V dvojcifernom čísle AB je $A > B$. Z čísla AB sme pridaním ďalšej cifry A alebo B vytvorili niekoľko trojciferných čísel. Trojciferné číslo ABB je deliteľné číslom 7, číslo BAB je deliteľné číslom 4 a číslo ABA je deliteľné číslom 3. Nájdite pôvodné dvojciferné číslo AB . (2015/2)
5. Určte pravdivostnú hodnotu výrokov $V1$ až $V5$:
 $V1$: Existuje prvočíslo deliteľné tromi.
 $V2$: Všetky prvočísla sú nepárne.
 $V3$: Existuje celé číslo, ktoré nie je racionálne.
 $V4$: Existuje iracionálne číslo, ktoré možno zapísať ako podiel dvoch prirodzených čísel.
 $V5$: Existuje iracionálne číslo, ktoré má desatinný periodický rozvoj.
Koľko z výrokov $V1$ až $V5$ je pravdivých? (2014/29)
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4
6. Určte počet všetkých dvojciferných čísel, ktorých druhá mocnina sa končí číslicou 6.
(A) 20 (B) 18 (C) 15 (D) 10 (E) 9 (2014/22)
7. Na číselnej osi sú vyznačené obrazy čísel a, b, c . V ktorom intervale bude ležať obraz čísla $m = \frac{a \cdot b}{c}$? (Fri 2016/13)



- (A) $(-\infty; -1>$ (B) $(-1; 0>$
 (C) $(0; 1>$ (D) $(1; \infty)$

ZAKRÚHLÖVANIE

8. Na výpočet obsahu kruhu s polomerom 20 cm sme použili približnú hodnotu $\pi \cong \frac{22}{7}$ a dostali sme výsledok $S = \frac{22}{7} \cdot 400 \text{ cm}^2$. Vieme, že presná hodnota čísla π leží medzi číslami $\frac{22}{7} - 0,003$ a $\frac{22}{7} + 0,003$. Presný obsah preto leží medzi číslami $(\frac{22}{7} - 0,003) \cdot 20^2 \text{ cm}^2$ a $(\frac{22}{7} + 0,003) \cdot 20^2 \text{ cm}^2$, t.j. leží v intervale $(S - k; S + k)$. Vypočítajte v cm^2 hodnotu k . (2019/10)
9. Vzdialenosť zeme od Slnka je 149 600 000 km. Jakub počítal so zaokrúhlenou hodnotou tohto čísla - s hodnotou $1,50 \cdot 10^8$ km. Akej absolútnej chyby sa dopustil?
10. Ak zadáme do kalkulačky vypočítať faktoriál z čísla 20, kalkulačka zobrazí číslo $2,432\,902\,008\,177 \cdot 10^{18}$. Presná hodnota faktoriálu je pritom $2\,432\,902\,008\,176\,640\,000$. O koľko je zaokrúhlená hodnota väčšia než presná hodnota?
11. Presná hodnota čísla $17!$ je $355\,687\,428\,096\,000$. Hodnota čísla $17!$ zobrazená po výpočte na kalkulačke je $3,556874281 \cdot 10^{14}$. Vypočítajte rozdiel hodnoty čísla $17!$ zobrazenej na kalkulačke a presnej hodnoty čísla $17!$. (2013/7)

MOCNINY

12. Vedecká kalkulačka zapisuje všetky čísla tak, že prvé číslo je medzi 1 a 10. Posunie desatinnú čiarku a dopočíta mocninu čísla 10. Napríklad číslo 27 000 zobrazí ako $2,7 \cdot 10^4$. Potom číslo $15\,300\,000 = a \cdot 10^b$
 Vypočítaj súčet čísel a a b .
13. Hmotnosť protónu je $1,67 \cdot 10^{-27}$, hmotnosť elektrónu je $9,11 \cdot 10^{-31}$ kg. Koľkokrát väčšiu hmotnosť má protón?
14. Na uloženie všetkých získaných dát do digitálneho formátu potrebuje firma 2^{24} bitov. Vypočítajte, koľko bajtov potrebuje, ak 1 bajt = 8 bitov.
 (A) 2^3 (B) 2^8 (C) 2^{16} (D) 2^{21} (E) 2^{24}

15. Päťtina z čísla 25^{126} sa rovná:
- (A) 5^{125} (B) 5^{251} (C) 25^{125} (D) 25^{63}
16. Koľkokrát je číslo $2^a + 2^a + 2^a + 2^a$ väčšie ako číslo $2^a \cdot \frac{1}{2}$? (fri 2016/18)
- (A) 2-krát (B) 4-krát (C) 8-krát (D) 16-krát
17. O koľko je číslo 2^{2017} väčšie ako číslo 2^{2015} ? (fri 2017/17)
- (A) o 6^{2015} (B) o 2^{2015} (C) $3 \cdot 2^{2015}$ (D) o 4

DELITEĽNOSŤ

1. Určte najmenšie prirodzené číslo, ktorého súčin cifier je 240. (2013/20)
2. Pavol si zapísal na papier šesťciferné telefónne číslo. Zistil, že je deliteľné bez zvyšku číslami 3, 4 a 5. Po týždni telefónne číslo potreboval, ale nevedel po sebe prečítať posledné dve cifry. Nájdite nečitateľné dvojciferné číslo AB zo zapísaného telefónneho čísla 714 5AB. (2012/4)
3. Určte dvojciferné prirodzené číslo deliteľné deviatimi, ktoré je štyrikrát väčšie ako súčet jeho cifier. (2011/4)
4. Koľko je všetkých trojciferných prirodzených čísel deliteľných piatimi, ktorých ciferný súčet je štyri? (2011/21)
- (A) 5 (B) 4 (C) 3 (D) 2 (E) 1
5. Existujú tri prirodzené čísla n ($n \neq 1$), pre ktoré platí: Ak číslom n vydělíme čísla 37 a 47, dostaneme rovnaký zvyšok. Pri každom z hľadaných čísel n môže byť zvyšok iný. Určte súčet týchto troch čísel. (2010/11)
6. Koľko je medzi prirodzenými číslami od 10 do 100 000 všetkých tých, ktoré sú druhou mocninou prirodzeného čísla? (2010/29)
- (A) 316 (B) 315 (C) 314 (D) 313 (E) 312
7. Súčet dvoch rôznych prirodzených čísel je 180, ich najväčší spoločný deliteľ je 45. Určte väčšie z týchto čísel. (2009/19)
8. Určte počet prirodzených čísel patriacich do intervalu (15;100), ktoré pri delení siedmimi dávajú zvyšok tri.
- (A) 10 (B) 11 (C) 14 (D) 13 (E) 12
9. Koľkými spôsobmi môžeme v čísle 51 748 592 541 942 škrtnúť dve číslice tak, aby vzniklo 12-ciferné číslo deliteľné dvanástimi? (2008A/14)

10. Určte počet dvojciferných kladných čísel n , pre ktoré platí nasledujúca vlastnosť: Ak n je deliteľné 2, tak n je deliteľné 3. (Ide o implikáciu. Treba si uvedomiť, kedy je implikácia pravdivá.) (2008A/18)
11. Najmenší spoločný násobok neznámeho prirodzeného čísla a čísla 24 je 72. Zistite toto prirodzené číslo, ak viete, že je väčšie ako 20 a menšie ako 60. (2008B/8)
12. Koľko trojciferných čísel s rôznymi ciframi deliteľných piatimi môžeme vytvoriť z číslic 1, 2, 3, 4, 5, 6? (2008B/21)
 (A) 36 (B) 25 (C) 20 (D) 24 (E) 30
13. Ktoré z nasledujúcich tvrdení je pravdivé? Ak $a > 1$, $b > 1$ sú dve rôzne prirodzené čísla, tak ich najmenší spoločný násobok (2005A/30)
 (A) je vždy menší ako väčšie z čísel a , b .
 (B) je vždy väčší ako menšie z čísel a , b .
 (C) sa vždy rovná menšiemu z čísel a , b .
 (D) sa vždy rovná väčšiemu z čísel a , b .
 (E) sa vždy rovná súčinu čísel a , b .
14. Určte najväčší spoločný deliteľ čísel $\frac{20!}{17!}$ a 700. (2004A/11)
15. V čísle 5A71B5C predstavujú písmená A, B, C tri rôzne nepárne číslice. O čísle vieme, že je deliteľné tromi aj piatimi. Ktoré z uvedených čísel môže byť súčtom $A + B$? (Fri 2016/14)
 (A) 6 (B) 5 (C) 4 (D) 1
16. Jakub dostal za úlohu nájsť všetky prirodzené čísla n , pre ktoré je aj zlomok $\frac{364}{2n-1}$ prirodzeným číslom. Koľko je takýchto prirodzených čísel n ? (2019/17)

SLOVNÉ ÚLOHY NA DELITEĽNOSŤ

1. O 6:00 vyrazili z konečnej zastávky električky liniek číslo 1, 2 a 3. Električka linky 1 chodí každých 8 minút, električka linky 2 každých 9 minút, električka linky 3 každých 12 minút. Koľkokrát od 6:00 do 10:00 vyrazili električky liniek číslo 1, 2 aj 3 z konečnej zastávky v tom istom čase? (Všetky chodia stále načas.) (fri 2017/14)
 (A) Raz (B) Dvakrát. (C) Trikrát. (D) Štyrikrát.
2. V sklade kvetov majú 420 bielych, 660 žltých a 780 červených ruží. Na objednávku majú zo všetkých ruží vytvoriť čo najviac rovnakých kytíc. Koľko žltých ruží bude v jednej kyticí? (fri 2016/11)
 (A) 31 (B) 13 (C) 11 (D) 7