Obsah

Zbierka úloh z externej maturity 1
3. Algebraické výrazy 2
Zapísanie textu do výrazu 2
Úprava výrazov 4
Vyjadrenie neznámej zo vzorca 7

hodinovaucitelka.sk

3. ALGEBRAICKÉ VÝRAZY

ZAPÍSANIE TEXTU DO VÝRAZU

1. Zapíšte pomocou premenných nasledujúce výrazy, rovnosti, resp. nerovnosti:

   a) Peter má o p % viac ako Ján.

   b) Adam a Boris si rozdelili peniaze v pomere 2 : 3.

   c) Strana a je trikrát kratšia ako strana b.

   d) Súčet čísel a a b je o 50% väčší ako rozdiel ich rozdiel.

Riešenie:

a) Peter = (1 + p) . Jan

b) Adam má 2x peňazí. Boris má 3x peňazí

iná možnosť: A má $\frac{2}{5}x$ *a B má* $\frac{3}{5}x$

c) $a = \frac{b}{3}$

d) $a + b = 1{,}5.(a - b)$

2. Zapíšte pomocou premenných nasledujúce výrazy. Nezabudnite určiť obor.

   a) súčet druhých mocnín troch po sebe idúcich ľubovoľných prirodzených čísel

   b) tretiu mocninu súčtu dvoch ľubovoľných celých čísel

   c) druhá mocnina podielu súčtu a rozdielu dvoch reálnych čísel sa rovná 1

   d) ľubovoľné párne číslo,

   e) ľubovoľné nepárne číslo

Riešenie:

a) $n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2$, *kde* $n \in N$

b) $(a+b)^3$, *kde* $a, b \in Z$

c) $\left(\frac{a+b}{a-b}\right)^2 = 1$, *kde* $a, b \in R$

d) 2k, kde $k \in Z$

e) 2k+1, kde $k \in Z$

3. Podľa plánu malo budovu školy vymaľovať m ($m > 3$) maliarov za d ($d > 0$) dní. Traja maliari však ochoreli. Za koľko dní vymaľujú školu zdraví maliari?

   (A) $\frac{d}{m-3}$ (B) $\frac{(m-3)d}{m}$ (C) $\frac{m-3}{d.m}$ (D) $(m-3).d$ (E) $\boldsymbol{\frac{m.d}{m-3}}$

Riešenie: E

4. V prvej sýpke bolo uskladnených x ton obilia, v druhej sýpke trikrát menej. Z prvej sýpky sa denne expedovalo 8 ton obilia, z druhej sýpky štyrikrát menej. Za d dní bolo v obidvoch sýpkach rovnaké množstvo obilia. Aký je vzťah medzi x a d ? (2004A/2)

   (A) $x = 8d$ (B) $x = 9d$ (C) $x = 12d$ (D) x = $\frac{9}{d}$ (E) x = $\frac{d}{12}$

hodinovaucitelka.sk

Riešenie: B

5. Dve telesá s hmotnosťami m_1, m_2, vzdialené od seba r sa priťahujú silou $F = \psi.\frac{m_1.m_2}{r^2}$, kde ψ je gravitačná konštanta. Ak sa zväčší hmotnosť každého z telies trikrát a ich vzdialenosť štyrikrát, tak pôvodná príťažlivá sila F sa:

   (A) zmenší o $\frac{1}{4}F$ (B) zmenší o $\frac{13}{16}F$

   (C) zmenší o $\frac{7}{16}F$ (D) zväčší o $\frac{5}{4}F$ (E) nezmení

Riešenie: D

6. V divadle je r radov, v každom rade je s sedadiel. Vstupné do prvých piatich radov je 17 €, do šiesteho až desiateho radu 15 €, do ostatných 12 €. Koľko eur na vstupnom by sa vybralo pri úplnom obsadení divadla? (Fri 2016/15)

   (A) 5 . (17 + 15) + 12 . r . (s – 10)

   (B) 5 . s . (17 + 15) + 12 . s . (r – 10)

   (C) 5 . r . 17 + 5 . s . 15 + 12 . (r – 10)

   (D) 5 . r . s . 17 + 17 . 15 + 12 . s . (r – 10)

Riešenie: B

7. Juraj je trikrát starší ako Michal. Karol je dvakrát mladší ako Michal. Ktoré tvrdenie je potom pravdivé? (Fri 2016/65)

   (A) Juraj je päťkrát starší ako Karol.

   (B) Juraj je šesťkrát starší ako Karol.

   (C) Karol je päťkrát starší ako Juraj.

   (D) Karol je šesťkrát starší ako Juraj.

Riešenie: B

8. Rodina Adamsovcov pozostáva z otca, mamy a niekoľkých detí. Ich syn Oliver nedávno uvažoval: „Keby som som mal ešte jedného brata, bolo by v našej rodine rovnako veľa osôb mužského a ženského pohlavia. Keby som mal ešte jednu sestru, bolo by v našej rodine dvakrát viac osôb ženského pohlavia ako mužského pohlavia.“

   Koľko dcér majú Adamsovci? (Fri 2016/73)

   (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

Riešenie: B

hodinovaucitelka.sk

1. Dané sú mnohočleny: $P(x) = 2x^3 + 4x^2 - 5x + 7$, $Q(x) = 3 - 2x^2$, $R(x) = -3x + 5x^2 + 2$.

   (A) Určte ich stupeň.

   (B) Vymenujte ich členy.

   (C) Určte kvadratický člen mnohočlena P(x)

   (D) Určte lineárny člen mnohočlena Q(x)

   (E) Určte absolútny člen mnohočlena R(x).

   (F) Určte koeficienty lineárnych členov jednotlivých mnohočlenov.

   (G) Vypočítajte hodnoty: P(2), Q(0), R(1).

   (H) Určte mnohočlen W(x) = Q(x) . [P(x) - R(x)].

Riešenie:

a) Stupeň (P) = 3, stupeň (Q) = 2, stupeň (R) = 2

b) P má 4 členy: $2x^3$, $4x^2$, $-5x$, 7.. podobne Q, R

c) $-2x^2$

d) nemá, resp. je rovný 0

e) 2

f) v P(x): -5, v Q(x): 0, v R(x): -3

g) P(2) = 29, Q(0) = 3, R(1) = 4

h) W(x) = Q(x) . [P(x) - R(x)] = $-4x^5 + 2x^4 + 22x^3 - 13x^2 - 24x + 15$

2. Určte hodnotu výrazu $V(r)$ pre $r = -2$ a $r = \sqrt{6}$.

$$V(r) = \frac{r+1}{r^2-2r} + \frac{r+1}{r^2+2r} - \frac{2r}{r^2-4}$$

Riešenie:

je lepšie si výraz najprv zjednodušiť, ako aj zistiť podmienky

$$V(r) = \frac{2}{r^2-4}$$

z podmienok vyplýva, že pre r = -2 výraz nemá zmysel

$$V(\sqrt{6}) = \frac{2}{\sqrt{6}^2-4} = \frac{2}{2} = 1$$

3. V danom mnohočlene $W(x) = x^3 + mx^2 - nx - 12$ platí $W(1) = -12$ a $W(-2) = 0$. Čomu sa rovnajú koeficienty m, n?

Riešenie:

$$m = \frac{1}{3}, n = \frac{4}{3}$$

4. Určte výraz, ktorý musíme pripočítať k výrazu $(x + y)^2 + z^2$, aby sme dostali výraz $(x + y - z)^2$

Riešenie:

$$V = -2xz - 2yz$$

hodinovaucitelka.sk

5. Zapíšte ako súčin:

a) $x^2 - 0{,}3x$ b) $12x^2 - 48$ c) $3x^2 - 5x$ d) $x^2 - 6$

e) $2x^2 - 81$ f) $(x+1)^2 - 4$ g) $x^3 - 16x$ h) $(x+3)^2 - (x-1)^2$

Riešenie:

a) $x.(x - 0{,}3x)$ b) $12.(x-2).(x+2)$

c) $x.(3x - 5)$ d) $(x - \sqrt{6}).(x + \sqrt{6})$

e) $\left(\sqrt{2}x - 9\right).\left(\sqrt{2}x + 9\right)$ f) $(x-1).(x+3)$

g) $x.(x+4).(x-4)$

h) $(x + 3 + x - 1).(x + 3 - x + 1) = (2x + 2).4 = 8.(x + 1)$

6. Dané trojčleny rozložte na súčin lineárnych dvojčlenov a pritom určte ich najmenšiu hodnotu:

a) $x^2 + 16x - 17$ b) $x^2 - 8x + 12$ c) $x^2 - 2x - 3$ d) $x^2 + 5x - 50$

e) $x^2 - 5x - 6$ f) $x^2 - x - 110$ g) $2x^2 - 6x - 20$ h) $x^2 - 0{,}6x - 0{,}16$

i) $4x^2 - 6x + 2$

Riešenie:

a) $(x-17).(x+1)$ min: 8

b) $(x-2).(x-6)$ min: 4

c) $(x-3).(x+1)$ min: 1

d) $(x+10).(x-5)$ min: -2,5

e) $(x-6).(x+1)$ min: 2,5

f) $(x-11).(x+10)$ min: 0,5

g) $2.(x-5).(x+2)$ min: 1,5

h) $(x-0{,}8).(x+0{,}2)$ min: 0,3

7. Rozložte mnohočlen $6x^3 - 13x^2 + 7x$ na súčin lineárnych činiteľov.

Riešenie:

$$6x^3 - 13x^2 + 7x = x.(6x^2 - 13x + 7) = x.6.\left(x - \frac{7}{6}\right).(x-1) = x.(6x-7).(x-1)$$

8. Rozložte mnohočlen $ax^2 - 15x - 9$ na súčin lineárnych činiteľov, ak viete, že mnohočlen nadobúda nulovú hodnotu pre čísla 3 a $-\frac{1}{2}$. Určte hodnotu a.

Riešenie:

$a = 6$

$6x^2 - 15x - 9 = 3.(x-3).(2x+1)$

9. Upravte: $\dfrac{\dfrac{x-y}{x+y} + \dfrac{x+y}{x-y}}{\dfrac{x}{y} + \dfrac{y}{x}} =$

hodinovaucitelka.sk

Riešenie:

$$\frac{\frac{x-y}{x+y}+\frac{x+y}{x-y}}{\frac{x}{y}+\frac{y}{x}}=\frac{2.xy}{x^2-y^2}$$

Podmienky: $x \neq 0,\ y \neq 0,\ x \neq y, x \neq -y$

10. Upravte: $\frac{x}{\sqrt{x+1}-1}=$

Riešenie:

$$\frac{x}{\sqrt{x+1}-1}=\sqrt{x+1}+1$$

Podmienky: $x \neq 0$

11. Určte neznáme číslo b tak, aby platila rovnosť $(6x^2+bx+2):(2x-1)=3x-2$. (2009/13)

Riešenie:

$b = -7$

12. Výraz $(x-3).(2x+1)^2$ s premennou x sa po úprave a zjednodušení dá zapísať v tvare $ax^3 + bx^2 + cx + d$, kde a, b, c, d sú celé čísla. Určte číslo b. (2014/5)

Výsledok: -8

13. Číslo $\frac{7}{2\sqrt{5}}$ sa dá upraviť na tvar $a\sqrt{5}$, kde a je racionálne číslo. Nájdite číslo a.

(2008A/1, 2008B/2)

Riešenie:

$$a=\frac{7}{10}$$

14. Výraz $V(x) = \frac{-7}{6.(x+1)}+\frac{1-x}{3.(x+1)^2}$ môžeme vyjadriť pre hodnoty $x \in R-\{-1\}$ v tvare $V(x)=\frac{ax+b}{6.(x+1)^2}$. Určte hodnotu $a + b$. (2008B/4)

Riešenie:

$a + b = -14$

15. Vieme, že pre vhodné reálne číslo a sa funkcia $f: y=\frac{a}{x-1}+\frac{4}{x+2}$ rovná funkcii $g: y=\frac{6x}{x^2+x-2}$. Vypočítajte číslo a. (2004A/13)

Riešenie: a = 2

16. Výraz $\frac{-x^2+x+6}{x-p}$ sa dá krátiť pre dve hodnoty p. Určte ich. (2004A/23)

Riešenie:

p môže byť 3 alebo -2

hodinovaucitelka.sk

17. Pre ktoré čísla *a*, *b* sa výraz $\frac{x}{x^2-x-2}$ rovná výrazu $\frac{a}{x+1}+\frac{b}{x-2}$?

Riešenie:

$$a=\frac{1}{3}, b=\frac{2}{3}$$

18. Pre ktoré číslo *a* sa dá zlomok $\frac{x+a}{x^2+x-2}$ krátiť?

Riešenie:

Zlomok sa dá krátiť len vtedy, keď a = -2 alebo a = 1

19. Výraz $\left(\frac{\sqrt{2}}{2^{3n}.2^{n-1}}\right)^2$ sa pre všetky n ϵ N dá upraviť a zjednodušiť na tvar 2^{an+b}, kde a, b sú celé čísla. Určte súčet a + b. (2015/6)

Výsledok: -5

VYJADRENIE NEZNÁMEJ ZO VZORCA

1. V Európe sa teplota vzduchu udáva v stupňoch Celzia, v USA v stupňoch Fahrenheita. Keď Európan pricestuje do USA a chce rozumieť predpovedi počasia, musí použiť na prevod teplôt vzorec $c=\frac{5.(f-32)}{9}$, kde c je teplota v ^oC a f je teplota v ^oF. Aký vzorec na prevod teplôt by mali používať Američania, keď pricestujú do Európy?

   (A) $f=\frac{9c}{5}-32$ (B) $f=\frac{9.(c+32)}{5}$

   (C) $f=\frac{9c+32}{5}$ (D) $f=\frac{9c+160}{5}$

   (E) $f=\frac{9.c}{5}+160$

Riešenie: D

2. Zo vzorca pre obsah lichobežníka $S=\frac{(a+c).v}{2}$ vyjadrite veľkosť jednej zo základní.

Riešenie:

$$a=\frac{2S}{v}-c$$

3. Veľkosť gravitačnej sily, ktorou sa priťahujú dva hmotné body s hmotnosťami m_1 a m_2, je vyjadrená vzťahom $F=\kappa.\frac{m_1.m_2}{r^2}$. Ktorý z nasledujúcich vzťahov platí pre vzdialenosť r týchto bodov? (fri 2017/16)

   (A) $r=\sqrt{\kappa.\frac{m_1.m_2}{F}}$ (B) $r=\sqrt{\frac{m_1.m_2}{\kappa.F}}$

   (C) $r=\sqrt{\kappa.\frac{F}{m_1.m_2}}$ (D) $r=\kappa.\sqrt{\frac{m_1.m_2}{F}}$

Riešenie: A

hodinovaucitelka.sk

4. Vyjadrite neznáme zo vzorcov:

$I = \frac{U}{R_0 + R_1}$ $[R_1]$

$s = \frac{1}{2} g t^2$ $[t]$

Riešenie:

$R_1 = \frac{U}{I} - R_0$

$t = \sqrt{\frac{2s}{g}}$

5. Ohmov zákon pre uzavretý obvod je vyjadrený vzťahom: (Fri 2016/16)

$$I = \frac{U_e}{R + R_i}$$

Ktorý z nasledujúcich vzťahov vyjadruje veľkosť vnútorného odporu zdroja R_i?

(A) $R_i = \frac{U_e}{I.R+I}$ (B) $R_i = U_e - I.R$

(C) $R_i = \frac{U_e}{I} - I.R$ (D) $R_i = \frac{U_e - I.R}{I}$

Riešenie: D

hodinovaucitelka.sk