

INTEGRÁLY – SUBSTITUČNÁ METÓDA PRE $\sin x$ A $\cos x$

Pri súčine a podiele sínusu a cosínusu sa používa pravidlo:

Vyber tú funkciu, ktorá má nepárnu mocninu. Ako substitúciu daj tú opačnú.

Poznámka: Ak sú obe na nepárnu mocninu, vyber hociktorú

Ak sú obe na párnú mocninu, toto pravidlo sa nedá použiť vôbec

PRÍKLAD:

$$\int (\cos x)^4 \cdot \sin x \, dx$$

- $\sin x$ je na nepárnu mocninu, preto ako substitúciu dám $t = \cos x$

$$\begin{aligned} \int (\cos x)^4 \cdot \sin x \, dx &= \left. \begin{array}{l} \cos x = t \\ -\sin x \, dx = 1 \, dt \\ dx = \frac{dt}{-\sin x} \end{array} \right| = \int t^4 \cdot \sin x \frac{dt}{-\sin x} = \dots \sin x \text{ sa vykrátia} \dots = \int t^4 \frac{dt}{-1} = \\ &= - \int t^4 dt = -\frac{t^5}{5} + C = \dots \text{substitúciou späť k } x \dots = -\frac{(\cos x)^5}{5} + C \end{aligned}$$

Nie vždy sa funkcie vykrátia. Môže sa stať, že vznikne $(\sin x)^2$ alebo $(\cos x)^2$. Vtedy využijeme vzorec:

$$(\sin x)^2 + (\cos x)^2 = 1$$

A z neho:

$$(\sin x)^2 = 1 - (\cos x)^2 \text{ alebo } (\cos x)^2 = 1 - (\sin x)^2$$

$$\begin{aligned} \int \frac{(\cos x)^4}{\sin x} x \, dx &= \left. \begin{array}{l} \cos x = t \\ -\sin x \, dx = 1 \, dt \\ dx = \frac{dt}{-\sin x} \end{array} \right| = \int \frac{t^4}{\sin x} \frac{dt}{-\sin x} = - \int \frac{t^4}{(\sin x)^2} dx = \dots \text{využijem prevod} \dots = \\ &= - \int \frac{t^4}{1 - (\cos x)^2} dx = \int \frac{-t^4}{1 - t^2} dx = \text{upraviť výraz} \dots = \int \frac{t^4}{t^2 - 1} dx \\ &= \text{doriešime v kapitole zameranej na parciálne zlomky} \dots \end{aligned}$$