

INTEGRÁLY – SUBSTITUČNÁ METÓDA PRE e^x

PRÍKLADY:

Ak sa v integrále objavuje e^x , takmer vždy ide do substitúcie. Niekedy máme viac možností

$$\int \frac{3}{e^{4x}} dx$$

- tu môžeme vybrať do substitúcie e^x , aj e^{4x} .
- Ak použijem e^x , tak využijem, že $e^{4x} = (e^x)^4$
- Ak použijem e^{4x} , tak nezabudnúť derivovať vnútronú zložku: $(e^{4x})' = e^{4x} \cdot (4x)' = e^{4x} \cdot 4$
- e^x zostáva aj v poslednom vzťahu medzi dx a dt . Ale ľahko použijeme substitúciu, aby sme ho nahradili t .

$$\int \frac{3}{e^{4x}} dx = \left| \begin{array}{l} e^x = t \\ e^x dx = 1 dt \\ dx = \frac{1}{e^x} dt \\ dx = \frac{1}{t} dt \end{array} \right| = \int \frac{3}{t^4} \cdot \frac{1}{t} dt = 3 \cdot \int \frac{1}{t^5} dt = 3 \cdot \int t^{-5} dt = \text{zintegrovat} \dots = 3 \cdot \frac{t^{-4}}{-4} + C =$$

$$= \text{upraviť} \dots - \frac{3}{4t^4} + C = \dots \text{substitúciou späť k } x = -\frac{3}{4(e^x)^4} + C = -\frac{3}{4 \cdot e^{4x}} + C$$

$$\int \frac{3}{e^{4x}} dx = \left| \begin{array}{l} e^{4x} = t \\ e^{4x} \cdot 4 dx = 1 dt \\ dx = \frac{1}{e^{4x} \cdot 4} dt \\ dx = \frac{1}{t \cdot 4} dt \end{array} \right| = \int \frac{3}{t} \cdot \frac{1}{t \cdot 4} dt = \frac{3}{4} \cdot \int \frac{1}{t^2} dt = \frac{3}{4} \cdot \int t^{-2} dt = \text{zintegrovat} \dots = \frac{3}{4} \cdot \frac{t^{-1}}{-1} + C =$$

$$= \text{upraviť} \dots - \frac{3}{4t^1} + C = \dots \text{substitúciou späť k } x \dots = -\frac{3}{4 \cdot e^{4x}} + C$$

Ak sú rôzne mocniny, najvhodnejšie je použiť najnižšiu:

$$\int \frac{e^{2x}}{e^x + 4} dx = \left| \begin{array}{l} e^x = t \\ e^x dx = 1 dt \\ dx = \frac{dt}{e^x} \\ dx = \frac{1}{t} dt \end{array} \right| = \int \frac{t^2}{t+4} \cdot \frac{1}{t} dt = t \text{ sa vykráti} \dots = \int \frac{t}{t+4} dt = \dots \text{na 2 zlomky} \dots =$$

$$\int \frac{t+4-4}{t+4} dt = \int \left(\frac{t+4}{t+4} + \frac{-4}{t+4} \right) dt = a \text{ na dva integrály} \dots = \int 1 dt - 4 \cdot \int \frac{1}{t+4} dt =$$

$$= t - 4 \cdot \ln|t+4| + C = \dots \text{substitúciou späť k } x \dots = e^x - 4 \cdot \ln|e^x + 4| + C$$