INTEGRÁLY – SUBSTITUČNÁ METÓDA

Pri derivovaní sme používali metódu, kde sme spomínali *deriváciu vnútornej zložky*
Napríklad:

$$[ln(2x^3+6)]' = \frac{1}{2x^3+6}.(2x^3+6)' = \cdots$$

Keď máme vypočítať integrál s „vnútornou zložkou“, teda, že vnútro funkcie, v zátvorke, či pod zlomkovou čiarou je zložená funkcia, nie obyčajné x, tak použijeme **substitučnú metódu**.

PRÍKLADY:

$$\int (\boldsymbol{3x+5})^{\boldsymbol{3}}\boldsymbol{dx} = \left| \begin{array}{c} 3x+5=t \\ 3\,dx = 1\,dt \\ dx = \frac{1}{3}dt \end{array} \right| = x\ nahradíme\ t, dx\ nahradíme\ dt.. = \int t^3.\frac{1}{3}dt =$$

$$= ..upravíme, koeficient\ pred\ integrál.. = \frac{1}{3}.\int t^3\,dt = ..integrujeme.. = \frac{1}{3}.\frac{t^4}{4} + C =$$

$$= \frac{1}{12}t^4 + C = ..vrátiť\ sa\ naspäť\ cez\ substitúciu\ k\ x.. = \frac{1}{12}(3x+5)^4 + C$$

$$\int \boldsymbol{cos(7-2x)\,dx} = \left| \begin{array}{c} 7-2x=t \\ -2\,dx = 1\,dt \\ dx = -\frac{1}{2}dt \end{array} \right| = \int \cos t - \frac{dt}{2} = -\frac{1}{2}.\int \cos t\ dt = -\frac{1}{2}.\sin t + C$$

Môže sa stať, že po dosadení zostane v integráli okrem *t* aj *x*. Nevadí to, ak sa vykráti.

$$\int \boldsymbol{3x.\sqrt{x^2+6}\,dx} = \left| \begin{array}{c} \boldsymbol{x^2+6} = t \\ 2x\,dx = 1\,dt \\ dx = \frac{1}{2x}dt \end{array} \right| = \int 3\boldsymbol{x}.\sqrt{t}\frac{dt}{2\boldsymbol{x}} = ..x\ vykrátime, teda\ vypadnú.. = \int 3.\sqrt{t}\frac{dt}{2} =$$

$$= \frac{3}{2}\int \sqrt{t}\,dt = ..odmocninu\ upraviť\ na\ mocninu.. = \frac{3}{2}\int t^{\frac{1}{2}}\,dt = ..zintegrovať.. \frac{3}{2}.\frac{t^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C =$$

$$= \frac{3}{2}.\frac{2}{3}.t^{\frac{3}{2}} + C = ..previesť\ mocninu\ späť\ na\ odmocninu.. = \sqrt{t^3} + C = ..substitúciou\ späť\ k\ x =$$

$$= \sqrt{(x^2+6)^3} + C$$

$$\int \frac{\boldsymbol{cos(ln\,x)}}{\boldsymbol{5x}}\boldsymbol{dx} = \left| \begin{array}{c} \ln x = t \\ \frac{1}{x}\ dx = 1\,dt \\ dx = \ \boldsymbol{x}\,dt \end{array} \right| = \int \frac{\cos t}{5\boldsymbol{x}}.\boldsymbol{x}\,dt = ..x\ vykrátime, teda\ vypadnú.. = \int \frac{\cos t}{5}dt =$$

$$= ..konštanta\ pred\ integrál.. = \frac{1}{5}\int \cos t\ dt = \frac{1}{5}\sin t + C = ..substitúciou\ späť\ k\ x =$$

$$= \frac{1}{5}\sin(\ln x) + C$$

Môže sa stať, že po dosadení zostane v integráli okrem *t* aj *x*. A nepôjde to vykrátiť, ale je možné to odvodiť.

$$\int \boldsymbol{x.\sqrt{x+3}\,dx} = \left| \begin{matrix} x+3=t \\ 1\,dx = 1\,dt \\ dx = dt \end{matrix} \right| = \int \boldsymbol{x}.\sqrt{t}\,dt = ..\,nič\ sa\ nevykráti, ale\ x\ vieme\ vyjadriť\ zo\ substitúcie\ ..$$

$$= \left| \begin{matrix} x+3=t \\ \boldsymbol{x = t-3} \end{matrix} \right| = ..\,dosadíme\ za\ x = \int (t-3).\sqrt{t}\,dt = roznásobíme\ zátvorku.. = \int t.\sqrt{t} - 3\sqrt{t}\,dt =$$

$$= ..\,odmocniny\ na\ mocniny.. = \int \left(t.t^{\frac{1}{2}} - 3.t^{\frac{1}{2}} \right) dt = \int \left(t^{\frac{3}{2}} - 3.t^{\frac{1}{2}} \right) dt = ..\,zintegrovať.. =$$

$$= \frac{t^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} - 3.\frac{t^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C =$$

$$= \frac{2}{5}.t^{\frac{5}{2}} - 3.\frac{2}{3}.t^{\frac{3}{2}} + C = \frac{2}{5}.t^{\frac{5}{2}} - 2.t^{\frac{3}{2}} + C = ..\,naspäť\ na\ odmocniny.. = \frac{2}{5}.\sqrt{t^5} - 2.\sqrt{t^3} + C =$$

$$= ..\,substitúciou\ späť\ k\ x.. = \frac{2}{5}.\sqrt{(x+3)^5} - 2.\sqrt{(x+3)^3} + C$$

V ďalších častiach – špeciálne substitúcie:

- e^x
- *sin, cos*