

ÚVOD OD INTEGRÁLOV

Spomeňme si na derivovanie:

$$(x^3 + 7)' = 3x^2$$

aj

$$(x^3 - 12)' = 3x^2$$

konštanta sa deriváciou stratila

Integrovanie = opačná operácia ako derivovanie, preto

$$\int 3x^2 dx = x^3 + C$$

nevieme, či tam bolo +7, -12 alebo iná reálna konštanta

Spomeňme si – derivácia polynómu – stupeň sa znižuje:

$$(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$$

Integrovanie polynómu – stupeň sa zvyšuje:

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$$

PRÍKLADY:

$$\int 5x^4 dx = 5 \cdot \frac{x^5}{5} + C = x^5 + C$$

$$\int (3x^2 + 2x - 4) dx = 3 \cdot \frac{x^3}{3} + 2 \cdot \frac{x^2}{2} - 4x + C = x^3 + x^2 - 4x + C$$

Odmocniny musíme upraviť na mocniny a použiť rovnaký vzťah:

$$\begin{aligned} \int \sqrt{x} dx &= \int x^{\frac{1}{2}} dx = \frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + C = \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C = \frac{2}{3} \cdot x^{\frac{3}{2}} + C \dots \text{naspäť na odmocninu} = \\ &= \frac{2}{3} \cdot \sqrt{x^3} + C \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int 4\sqrt[3]{x^2} dx &= \int x^{\frac{2}{3}} dx = \frac{x^{\frac{2}{3}+1}}{\frac{2}{3}+1} + C = \frac{x^{\frac{5}{3}}}{\frac{5}{3}} + C = \frac{3}{5} \cdot x^{\frac{5}{3}} + C \dots \text{naspäť na odmocninu} \\ &= \frac{2}{5} \sqrt[3]{x^5} + C \end{aligned}$$

Mocniny v menovateli zlomku musíme tiež najprv upraviť na mocniny a použiť rovnaký vzťah:

$$\begin{aligned} \int \frac{1}{x^3} dx &= \int x^{-3} dx = \frac{x^{-3+1}}{-3+1} + C = \frac{x^{-2}}{-2} + C = -\frac{1}{2} x^{-2} + C \dots \text{naspäť do menovateľa} \\ &= -\frac{1}{2x^2} + C \end{aligned}$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{x^3}} dx = \int \frac{1}{x^{\frac{3}{2}}} dx = \int x^{-\frac{3}{2}} dx = \frac{x^{-\frac{3}{2}+1}}{-\frac{3}{2}+1} + C = \frac{x^{-\frac{1}{2}}}{-\frac{1}{2}} + C = -\frac{2}{1} x^{-\frac{1}{2}} + C \text{ naspäť do menovateľa}$$

$$= -2 \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} + C \dots \text{a na odmocninu} = -2 \frac{1}{\sqrt{x}} + C$$