

$$3ax \cdot (a-1) - 2a(ax+1) + 4ax = 1-a$$

$$3a^2x - 3ax - 2a^2x - 2a + 4ax = 1-a \quad | +2a$$

$$x \cdot (3a^2 - 2a^2 - 3a + 4a) = 1 - a + 2a$$

$$x \cdot (a^2 + a) = 1 + a \quad | : (a^2 + a)$$

$$\begin{array}{l} a^2 + a = 0 \\ a \cdot (a+1) = 0 \\ a = 0 \quad a = -1 \\ \leftarrow \text{nemôžno deliť} \rightarrow \end{array}$$

$$x \cdot 0 = 1 + 0$$

$$0 = 1$$

$$x \in \emptyset$$

$$x \cdot 0 = 0$$

$$0 = 0$$

$$x \in \mathbb{R}$$

$$\begin{array}{l} a^2 + a \neq 0 \\ a \neq 0 \wedge a \neq -1 \end{array}$$

môžno deliť

$$x = \frac{1+a}{a^2+a}$$

$$x = \frac{1+a}{a \cdot (a+1)}$$

$$x = \underline{\underline{\frac{1}{a}}}$$

a	x
0	\emptyset
-1	\mathbb{R}
$\mathbb{R} - \{0, -1\}$	$\frac{1}{a}$

Lineárna s parametrom

$$b^2x + 1 = x + b$$

$$b^2x - x = b - 1$$

$$x \cdot (b^2 - 1) = b - 1 \quad /: (b^2 - 1)$$

$$\begin{aligned} b^2 - 1 &= 0 \\ (b+1)(b-1) &= 0 \\ b &= 1; b = -1 \end{aligned}$$

nemožno deliť

$$x \cdot 0 = 0 \quad b = 1$$

$$x \cdot 0 = 0$$

$$0 = 0$$

$$\boxed{x \in \mathbb{R}}$$

$$x \cdot 0 = -2$$

$$0 = -2$$

$$\boxed{x \in \emptyset}$$

$$b^2 - 1 = 0$$

$$b \neq 1; b \neq -1$$

možno deliť

$$x = \frac{b-1}{b^2-1}$$

$$x = \frac{b-1}{(b+1)(b-1)}$$

$$\boxed{x = \frac{1}{b+1}}$$

b	x
1	\mathbb{R}
-1	\emptyset
$\mathbb{R} - \{1, -1\}$	$\frac{1}{b+1}$

hodinová učiteľka.sk

$$\frac{x-b}{2-b} = \frac{x+b}{2+b} \quad / \cdot (2-b) \cdot (2+b)$$

$$(x-b) \cdot (2+b) = (x+b) \cdot (2-b)$$

$$2x + bx - 2b - b^2 = 2x - bx + 2b - b^2$$

$$2bx = 4b$$

$$bx = 2b$$

$$b = 0$$

nemožno deliť

$$0 \cdot x = 2 \cdot 0$$

$$0 = 0$$

$$\boxed{x \in \mathbb{R}}$$

$$/: b$$

$$b \neq 0$$

možno deliť

$$x = \frac{2b}{b}$$

$$\boxed{x = 2}$$

Esťe podmienky!

$$2-b \neq 0$$

$$b \neq 2$$

$$2+b \neq 0$$

$$b \neq -2$$

b	x
-2	\emptyset
2	\emptyset
0	\mathbb{R}
$\mathbb{R} - \{-2; 0; 2\}$	2

Lineárna s parametrom

$$\frac{x-a}{a+3} = x+1$$

$$x-a = (x+1) \cdot (a+3)$$

$$x-a = ax+3x+a+3$$

$$x-ax-3x = 2a+3$$

$$-2x-ax = 2a+3$$

$$x \cdot (-a-2) = 2a+3$$

$$\begin{array}{l} -a-2 \neq 0 \\ a \neq -2 \end{array}$$

nemožno deliť

$$x \cdot 0 = -4+3$$

$$0 = -1$$

$$\boxed{x \in \emptyset}$$

$$/: (-a-2)$$

$$\begin{array}{l} -a-2 \neq 0 \\ a \neq -2 \end{array}$$

možno deliť

$$x = \frac{2a+3}{-a-2}$$

$$\boxed{x = -\frac{2a+3}{a+2}}$$

! Este podmienky
 $a+3 \neq 0 \Rightarrow a \neq -3$

a	x
-3	\emptyset
-2	\emptyset
$R - \{-3; -2\}$	$-\frac{2a+3}{a+2}$

hodinová učiteľka. sk

Lineárna s parametrom

$$\frac{2-a}{a} = \frac{2}{x-1} \quad | \cdot a \cdot (x-1)$$

$$(2-a) \cdot (x-1) = 2a$$

$$2x - 2 - ax + a = 2a \quad | +2-a$$

$$2x - ax = a + 2$$

$$x \cdot (2-a) = a+2 \quad | : (2-a)$$

ak $2-a=0 \Rightarrow$ nemožno deliť
 \downarrow
 $a=2$

ak $2-a \neq 0$, t.j. $a \neq 2 \Rightarrow$ možno deliť

$$x = \frac{a+2}{2-a}$$

$$x \cdot (2-2) = 2+2$$

$$0 \neq 4$$

\downarrow

úloha n.r.

$$x \in \emptyset$$

Ešte kontrola podmienok zo zadanej rovnice $\frac{2-a}{a} = \frac{2}{x-1}$

$a \neq 0$ kvôli deleniu nulou, t.j. ak $a=0 \Rightarrow$ n.r.

$x \neq 1$ teda x nesmie vyjsť 1 ani so vyjadrenom vzťahu

$$1 \neq \frac{a+2}{2-a}$$

$$2-a \neq a+2$$

$$0 \neq 2a$$

$$\underline{a \neq 0}$$

a	x
2	\emptyset
0	\emptyset
$\mathbb{R} - \{0, 2\}$	$\frac{a+2}{2-a}$

Lineárna sparametrom

$$\frac{x-1}{x} = \frac{2-a}{3a} \quad | \cdot x \cdot 3a$$

$$3a \cdot (x-1) = (2-a) \cdot x$$

$$3ax - 3a = 2x - ax$$

$$4ax - 2x = 3a$$

$$x \cdot (4a-2) = 3a \quad | : (4a-2)$$

$$\begin{aligned} 4a-2 &= 0 \\ a &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4a-2 &\neq 0 \\ a &\neq \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$x \cdot 0 = 3 \cdot \frac{1}{2}$$

$$0 \neq \frac{3}{2}$$

\emptyset

$$x = \frac{3a}{4a-2}$$

Este podmienky:

$a \neq 0 \Rightarrow n.l$

nesmie vyjsť ani $x=0$

$$x \neq 0$$

$$0 \neq \frac{3a}{4a-2}$$

$$\underline{a \neq 0}$$

a	x
0	\emptyset
$\frac{1}{2}$	\emptyset
$R - \{0, \frac{1}{2}\}$	$\frac{3a}{4a-2}$

hodinová učiteľka . sk

Lineárna sparametrom

$$1 + \frac{a^2 - 1}{x} = a \quad | \cdot x$$

$$x + a^2 - 1 = ax$$

$$x - ax = 1 - a^2$$

$$x \cdot (1 - a) = 1 - a^2 \quad | : (1 - a)$$

ak $1 - a = 0$, t.j. $a = 1$

nemožno deliť

$$x \cdot (1 - 1) = 1 - 1^2$$

$$0 = 0$$

$$\boxed{x \in \mathbb{R}} \quad (1)$$

ak $1 - a \neq 0$, t.j. $a \neq 1$

možno deliť

$$x = \frac{1 - a^2}{1 - a}$$

$$x = \frac{(1 - a)(1 + a)}{1 - a}$$

$$\boxed{x = 1 + a} \quad (3)$$

Este kontrola podmienok zo zadanej rovnice

$x \neq 0$, teda x nesmie vyjsť 0 ani v prvej vetre (hlavo)
 $x \in \mathbb{R} - \{0\}$ (1*)

ani v druhej: $0 \neq 1 + a$

$a \neq -1$ \rightarrow delenie nulou

(2) \rightarrow skúška: $1 + \frac{(-1)^2 - 1}{x} = -1$

a	x	
1	$\mathbb{R} - \{0\}$	(1*)
-1	\emptyset	(2)
$\mathbb{R} - \{1, -1\}$	$1 + a$	(3)

$$\frac{0}{x} = -2$$

$$0 = x \cdot (-2)$$

$$\downarrow$$

$$x = 0$$

hodi novaricelka. sk

LINEÁRNA s parametrom
prirodzené

$$a \cdot (3x-1) = 5(x+4)$$

Pre aké $\forall a$ je riešenie $x \geq 3$?

$$3ax - a = 5x + 20$$

$$3ax - 5x = 20 + a$$

$$x \cdot (3a-5) = 20+a \quad | : (3a-5)$$

$$3a-5 \neq 0$$

možno deliť

$$x = \frac{20+a}{3a-5}$$

$$3a-5=0$$

$$a = \frac{5}{3}$$

nemožno deliť

$$x \cdot 0 = 20 + \frac{5}{3}$$

$$0 = 20 + \frac{5}{3}$$

$$x \in \emptyset$$

riešenie x má $\in \langle 3; \infty \rangle$

$$\frac{20+a}{3a-5} \geq 3 \quad | -3$$

$$\frac{20+a}{3a-5} - 3 \geq 0$$

$$\frac{20+a - 3 \cdot (3a-5)}{3a-5} \geq 0$$

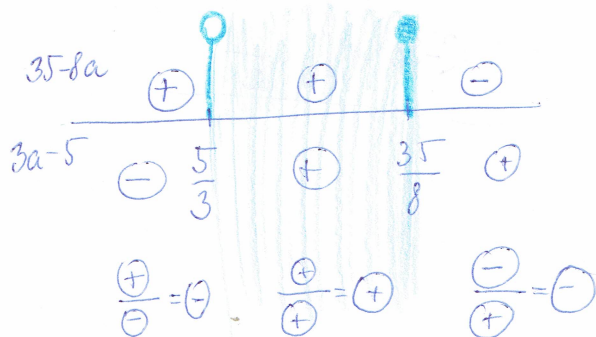
$$\frac{20+a - 9a + 15}{3a-5} \geq 0$$

$$\frac{35-8a}{3a-5} \geq 0$$

metóda nul. bodov:

$$35-8a=0 \Rightarrow a = \frac{35}{8}$$

$$3a-5=0 \Rightarrow a = \frac{5}{3}$$



$$\frac{35-8a}{3a-5} \geq 0 \Leftrightarrow x \in \left(\frac{5}{3}; \frac{35}{8} \right]$$

okrajové hranice:

• $x = \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{?}{0}$ nemožno deliť 0

• $x = \frac{35}{8} \Rightarrow \frac{0}{?}$ ok

len prirodzené čísla $\Rightarrow \left(\frac{5}{3}; \frac{35}{8} \right] \Rightarrow \boxed{a \in \{2, 3, 4\}}$

LINEÁRNA s parametrom

$$\frac{a(x+2) - 3(x-1)}{x+1} = 1 \quad | \cdot (x+1)$$

$$ax + 2a - 3x + 3 = 1 \cdot (x+1)$$

$$ax - 3x - x = 1 - 2a - 3$$

$$ax - 4x = -2a - 2$$

$$(a-4) \cdot x = -2a - 2 \quad | : (a-4)$$

$a=4$
 \swarrow
 nemožno deliť

$$0 \cdot x = -2 \cdot 4 - 2$$

$$0 = -10$$

$$\underline{\underline{x \in \emptyset}}$$

$a \neq 4$
 \swarrow
 delenie

$$x = \frac{-2a-2}{a-4}$$

Esť podmienky!

$x+1 \neq 0 \Rightarrow$ t.j. x nesmie byť -1

$$-1 \neq \frac{-2a-2}{a-4}$$

$$-a+4 \neq -2a-2$$

$$\underline{\underline{a \neq -6}}, \text{ teda pre } a = -6$$

$$\downarrow$$

$$x = -1$$

\downarrow
 problém s delením
 nulou
 t.j. $x \in \emptyset$

a	x
4	\emptyset
-6	\emptyset
$\mathbb{R} - \{-6; 4\}$	$\frac{-2a-2}{a-4}$

hodinová učiteľka.sk

LINEÁRNA s parametrom

$$\frac{x}{x-a} = a+1 \quad | \cdot (x-a)$$

$$x = (a+1) \cdot (x-a)$$

$$x = ax - a^2 + x - a$$

$$-ax = -a^2 - a$$

$$ax = a^2 + a \quad | : a$$

$$a \neq 0$$

nemožno deliť

$$0 \cdot x = 0 + 0$$

$$0 = 0$$

$$x \in \mathbb{R}$$

$$a \neq 0$$

možno deliť

$$x = \frac{a^2 + a}{a}$$

$$x = \frac{a(a+1)}{a}$$

$$\underline{\underline{x = a + 1}}$$

Ešte podmienky!

$$x \neq a$$

↓

$$\text{ak } a = 0 \Rightarrow x \in \mathbb{R} - \{0\}$$

$$\text{ak } a \neq 0 \Rightarrow x = a + 1, \text{ t.j. } a + 1 \neq a, \text{ to sa nerovná}$$

a	x
0	$\mathbb{R} - \{0\}$
$\mathbb{R} - \{0\}$	a+1

hodinovancitelka.sk